EL MODELO DE CORRADO Y SU EN EL MERCADO DE OPCIONES SOBRE EL FUTURO DEL IBEX-35*

GREGORIO SERNA
Universidad de Castilla La Mancha

En este trabajo se contrasta el comportamiento fuera de muestra, en el mercado español de opciones sobre el futuro del índice IBEX-35, del modelo de valoración de opciones propuesto por Corrado y Su (1996, 1997a, 1997b), que incorpora efectos de asimetría y curtosis no normales. La base de datos comprende todas las opciones de compra y de venta negociadas diariamente entre las 16:00 y las 16:45 horas, desde enero de 1994 hasta octubre de 1998. Los resultados sugieren que el modelo de Corrado y Su se comporta, fuera de muestra, mejor que el de Black-Scholes (1973) en términos de errores de valoración, pero no así en términos de cobertura. Por último, la volatilidad implícita de Corrado y Su contiene información sobre la volatilidad futura del IBEX-35. Sin embargo, los coeficientes implícitos de asimetría y curtosis no parecen contener información sobre la asimetría y curtosis futuras, respectivamente, del IBEX-35.

Palabras clave: modelos de valoración de opciones; Black-Scholes; expansiones de Gram-Charlier; asimetría y curtosis; errores de valoración fuera de muestra.

Clasificación JEL: G12, G13.

Ha aparecido en los últimos años un gran número de investigaciones que ponen de manifiesto importantes sesgos en el modelo de valoración de opciones de Black-Scholes (1973) (en adelante BS). En efecto, después del *crash* de octubre de 1987 las volatilidades implícitas en el precio de las opciones calculadas con la fórmula de BS, tienden a variar en función del precio de ejercicio. Este es el llamado efecto sonrisa de volatilidad.

Ha habido varios intentos de aproximación a este aparente fallo del modelo de BS. El modelo de volatilidad estocástica de Hull y White (1987) fue la primera

(*) Área de Economía Financiera. Universidad de Castilla La Mancha. Convento de San Pedro Mártir, 45071 – Toledo. Teléfono: 925 26 88 00 – ext. 5089. E-mail: gserna@jur-to.uclm.es
Deseo expresar mi agradecimiento a Ignacio Peña, Gonzalo Rubio, Alejandro Balbás, Eliseo Navarro y Ángel León, así como a dos evaluadores anónimos.

aportación en la literatura de valoración de opciones que incorporó volatilidad no constante. Desafortunadamente, estos modelos generalmente requieren una estimación del precio de mercado del riesgo de la volatilidad, que es necesario introducir explícitamente de forma exógena.

Los avances más recientes en la literatura de valoración de opciones con volatilidad estocástica se deben a Stein y Stein (1991), Heston (1993), Bates (1996), Bakshi, Cao y Chen (1997) y Das y Sundaram (1999). En concreto, Heston (1993) obtiene una expresión en forma explícita para el valor de una opción de compra, por medio de una integral de la función de densidad del precio del activo subyacente al vencimiento, calculada mediante transformaciones de Fourier.

Bakshi, Cao y Chen (1997) y Das y Sundaram (1999) encuentran que ni los modelos de volatilidad estocástica ni los de saltos aleatorios son capaces de proporcionar una explicación a los sesgos del modelo de BS encontrados en la literatura empírica. Sin embargo, en ambos trabajos los modelos de volatilidad estocástica parecen comportarse ligeramente mejor que los modelos de saltos.

Por su parte, Sarwar y Krehbiel (2000) obtienen que los modelos de Heston y BS se comportan de forma muy similar al valorar opciones sobre divisas, aunque los precios teóricos proporcionados por el primero de dichos modelos presentan menores sesgos.

Los árboles binomiales implícitos constituyen una forma alternativa de introducir volatilidad no constante en un modelo de valoración de opciones, basada en procedimientos numéricos binomiales o trinomiales. Esta línea de investigación fue introducida por Rubinstein (1994) y Jackwerth y Rubinstein (1996), así como por una serie de trabajos relacionados debidos a Derman y Kani (1994), Dupire (1994) y Derman, Kani y Chriss (1996).

Sorprendentemente Dumas, Fleming y Whaley (1998) encuentran que los resultados de valoración (y cobertura) de los árboles binomiales implícitos son peores que los de un modelo de BS *ad hoc* con volatilidad variable. Similares resultados han sido obtenidos por Serna (2002) en el mercado español de opciones sobre el futuro del índice IBEX-35.

Más recientemente han aparecido varios estudios que proponen una forma alternativa de incorporar el efecto sonrisa de volatilidad. Es conocido que las sonrisas de volatilidad son una consecuencia de las violaciones empíricas del supuesto de normalidad del modelo de BS. En otras palabras, son la asimetría y la curtosis no normales presentes en las distribuciones de los rendimientos de los activos la causa de las sonrisas de volatilidad.

Las aportaciones más destacadas dentro de esta familia son las de Corrado y Su (1996, 1997a, 1997b) (en adelante CS) y de Backus, Foresi, Li y Wu (1997)[1]. En ambos trabajos se emplea una expansión en serie de Gram-Charlier de la función de densidad de una variable normal, para obtener una fórmula de BS ajustada por asimetría y curtosis no normales. En particular, CS encuentran que su fórmula mejora significativamente el comportamiento fuera de muestra de la fórmula de BS, para cuatro opciones muy líquidas sobre acciones negociadas en el *Chicago*

(1) En realidad, este procedimiento fue ya sugerido por Jarrow y Rudd (1982).

Board Options Exchange (CBOE) (1997a), así como para opciones sobre el índice S&P 500 (1997b).

El propósito de este trabajo es analizar el comportamiento, fuera de muestra en el mercado español, del modelo de valoración de opciones con asimetría y curtosis no normales propuesto por CS, en relación al modelo de BS. La base de datos empleada en este artículo es una extensiva base de datos intradía de precios de transacción de opciones de compra y de venta sobre el futuro del índice IBEX-35, desde enero de 1994 a octubre de 1998.

En la siguiente sección se presenta una breve descripción de los datos. En la segunda sección se describe brevemente el modelo de CS. Las secciones tercera y cuarta presentan los resultados en términos de valoración y cobertura respectivamente de los modelos de BS y CS. En la sección quinta se analiza el contenido informativo de los coeficientes implícitos. Por último, en la sección sexta se presentan las principales conclusiones del trabajo.

1. Los datos

La base de datos empleada en este trabajo incluye todos los precios de opciones (de compra y de venta) sobre el futuro del índice IBEX-35, negociadas diariamente en MEFF durante el periodo que va desde el 3 de enero de 1994 hasta el 9 de octubre de 1998. Dado que la liquidez está concentrada en el contrato con la fecha de vencimiento más próxima[2], la muestra diaria comprende sólo las opciones con el vencimiento más próximo, pero eliminando todas las transacciones ocurridas durante la última semana antes del vencimiento. Es decir, sólo se toman en consideración las tres primeras semanas de cada ciclo de vencimiento mensual.

Un aspecto de especial importancia en la literatura sobre valoración de opciones es el uso de precios simultáneos para el activo subyacente y para las opciones. Dadas las características de nuestra base de datos, no es posible observar simultáneamente suficientes opciones sobre exactamente el mismo precio del activo subyacente, con el mismo tiempo para el vencimiento, pero con diferentes precios de ejercicio. Asimismo, con el objetivo de evitar grandes variaciones en el precio del activo subyacente, sólo se toma en cuenta el intervalo que va desde las 16:00 a las 16:45 horas. El número de transacciones cruzadas durante este intervalo representa aproximadamente el 25% del total de transacciones. Además, se han eliminado potenciales problemas con transacciones artificiales, cuya probabilidad de ocurrencia es más elevada al final del día. Por tanto, se han eliminado de la muestra todas las transacciones producidas a partir de las 16:45 horas, de forma que desaparecen observaciones que puedan reflejar la influencia de requerimientos de garantías por parte de los creadores de mercado. Por otra parte, el uso de datos correspondientes al mismo periodo dentro de cada día evita la posibilidad de efectos

(2) Es importante señalar que la liquidez está concentrada en el contrato de vencimiento más próximo. De hecho, durante el periodo muestral comprendido por este trabajo casi el 90% de las transacciones se produjeron en este tipo de contratos.

intradía en el mercado de opciones sobre el futuro del índice IBEX-35. Por último, se han eliminado de la muestra todas las transacciones que violan las conocidas bandas de arbitraje.

Después de aplicar estos filtros se obtiene una muestra final de 13.056 observaciones (7.466 opciones de compra y 5.590 opciones de venta). Para estimar los coeficientes implícitos, se ha tomado como activo subyacente la media de las cotizaciones *bid* y *ask* de cada contrato de futuro simultáneamente observado con cada opción negociada durante los 45 minutos considerados.

Como aproximación al tipo de interés sin riesgo se han empleado las series diarias de tipos de interés anualizados de las Letras del Tesoro, con una, dos o tres semanas para el vencimiento, dependiendo de cuál sea el plazo para el vencimiento de la opción considerada.

Siguiendo a French (1984), la volatilidad es un fenómeno ligado a días de negociación, mientras que los tipos de interés se pagan por días naturales. Por tanto, se han ajustado las fórmulas de valoración para reflejar dos medidas de tiempo: días naturales y de negociación para el vencimiento de las opciones.

En el cuadro 1 se presentan estadísticas descriptivas de los precios de las opciones que componen la muestra. En concreto, se presenta el precio medio, los diferenciales *bid-ask* medios y el número de opciones disponibles para cada categoría del grado de *moneyness*. Se define el grado de *moneyness* como el cociente entre el precio de ejercicio y el precio del futuro. Se han empleado las cinco categorías para el grado de *moneyness* usadas por Peña, Rubio y Serna (1999, 2001) y por Fiorentini, León y Rubio (2002). Las opciones de compra (venta) fuera de dinero representan el 60% (63%) de todas las opciones de compra (venta) disponibles[3]. Por tanto, si se usaran sólo opciones de compra, los coeficientes implícitos estarían basados principalmente en opciones fuera de dinero. En otras palabras, se obtiene una muestra diaria más homogéneamente distribuida entre grados de *moneyness* usando opciones de compra y de venta conjuntamente.

2. El modelo de Corrado y Su

En los trabajos de CS se presenta una forma de incorporar el característico efecto ‘sonrisa de volatilidad’[4]. Como es sabido, las sonrisas de volatilidad son una consecuencia empírica de las violaciones de la hipótesis de lognormalidad del modelo de BS. Es decir, son la asimetría y curtosis no normales que se observan en las distribuciones implícitas las que provocan las sonrisas de volatilidad. Por otra parte, existe una clara conexión con los modelos de volatilidad estocástica, que tratan de explicar el comportamiento de los precios de las opciones en términos de la distribución de rendimientos subyacente. En particular, la correlación entre los movimientos brownianos asociados al activo subyacente y a la volatilidad está relacionada con la asimetría de los rendimientos, mientras que la volatili-

(3) Se dice que una opción de compra (venta) está fuera de dinero si $K/F > 1{,}01$ ($K/F \leq 0{,}99$), donde K es el precio de ejercicio y F el precio del futuro.

(4) Véase Peña, Rubio y Serna (1999) para una detallada discusión del efecto sonrisa de volatilidad y sus determinantes en el mercado español.

Cuadro 1: CARACTERÍSTICAS MUESTRALES DE LAS OPCIONES SOBRE EL FUTURO DEL IBEX-35

Panel A: Opciones de compra

	Moneyness K/F	Precio medio	Diferencial *BID-ASK* medio	Número de observaciones
Muy ITM	0,90-0,97	297,6168	0,1423	107
ITM	0,97-0,99	139,5263	0,1283	551
ATM	0,99-1,01	91,9031	0,1720	2.312
OTM	1,01-1,03	60,9031	0,2335	2.336
Muy OTM	1,03-1,08	43,2079	0,3775	2.160
Todas	–	74,5784	0,2470	7.466

Panel B: Opciones de venta

	Moneyness K/F	Precio medio	Diferencial *BID-ASK* medio	Número de observaciones
Muy OTM	0,90-0,97	46,6134	0,3388	1.927
OTM	0,97-0,99	66,5545	0,2109	1.605
ATM	0,99-1,01	92,9196	0,1607	1.605
ITM	1,01-1,03	125,6550	0,1267	371
Muy ITM	1,03-1,08	341,6585	0,1778	82
Todas	–	75,2082	0,2345	5.590

En el cuadro se presentan el precio medio, el diferencial *bid-ask* relativo medio y el número de opciones disponibles, para cada una de las categorías establecidas para el grado de *moneyness*. K es el precio de ejercicio y F denota el precio del futuro del índice IBEX-35. El grado de *moneyness* se define como el cociente entre el precio de ejercicio y el precio del futuro. OTM, ATM e ITM son las siglas inglesas correspondientes a opciones fuera de dinero, a dinero y en dinero respectivamente.

dad de la volatilidad está directamente relacionada con la curtosis[5]. Siguiendo esta línea argumental, CS sugieren una versión extendida del modelo de BS, basada en una expansión en serie de Gram-Charlier de la función de densidad de una variable normal estándar, que tiene en cuenta los sesgos inducidos por los efectos de asimetría y curtosis no normales que presentan las distribuciones de los rendimientos.

La siguiente función de densidad g(z) propuesta por CS incorpora posibles efectos de asimetría y curtosis no normales[6]:

(5) Véase la excelente exposición de Heston (1993). Hull (1997) también presenta un análisis general del tema.

(6) Véase Corrado y Su (1996).

$$g(z) = n(z)\left(1 + \frac{\mu_3}{3!}(z^3 - 3z) + \frac{\mu_4 - 3}{4!}(z^4 - 6z^2 + 3)\right) \quad [1]$$

donde μ_3 y μ_4 denotan los coeficientes de estandarizados asimetría y curtosis respectivamente y:

$$n(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-z^2}{2}}$$

$$z = \frac{\ln(F_t/F_0) + \frac{\sigma^2}{2}t}{\sigma\sqrt{t}}$$

donde F_0 es el valor actual del precio del futuro subyacente al contrato de opción, t es el tiempo que falta para el vencimiento de la opción, F_t es el precio del futuro en el momento t y σ es la desviación típica de la rentabilidad del activo subyacente.

En un mundo neutral al riesgo es posible emplear la función de densidad g(z) dada por la ecuación [1] para obtener el precio teórico de una opción de compra, como el valor presente de los pagos esperados al vencimiento de la misma:

$$C_{GC} = e^{-rt} \int_K^{\infty} (F_t - K) g(z(F_t)) dz(F_t) \quad [2]$$

donde $z(F_t) = (\ln F_t - \mu) / (\sigma\sqrt{t})$, $\mu = \ln F_0 - (\sigma^2/2)t$, K es el precio de ejercicio de la opción y r es el tipo de interés sin riesgo.

Evaluando esta integral es posible obtener la siguiente fórmula de valoración, basada en una expansión de Gram-Charlier, que se denotará por C_{GC}:

$$C_{GC} = C_{BS} + \mu_3 Q_3 + (\mu_4 - 3) Q_4 \quad [3]$$

donde $C_{BS} = Fe^{-rt} N(d) - Ke^{-rt} N(d - \sigma\sqrt{t})$ es el valor de la opción de BS y los términos restantes están dados por las siguientes expresiones:

$$Q_3 = \frac{1}{3!} Fe^{-rt} \sigma\sqrt{t}\left((2\sigma\sqrt{t} - d)n(d) - \sigma^2 t N(d)\right)$$

$$Q_4 = \frac{1}{4!} Fe^{-rt} \sigma\sqrt{t}\left((d^2 - 1 - 3\sigma\sqrt{t}(d - \sigma\sqrt{t}))n(d) + \sigma^3 t^{3/2} N(d)\right)$$

$$d = \frac{\ln(F/K) + \frac{\sigma^2}{2}t}{\sigma\sqrt{t}}$$

Nótese que los términos $\mu_3 Q_3$ y $(\mu_4\text{-}3)Q_4$ en la ecuación [3] incorporan posibles efectos de asimetría y curtosis no normales.

El valor de una opción de venta europea puede calcularse fácilmente a través de la paridad *put-call*:

$$P_{GC} = C_{GC} + Ke^{-rt} - Fe^{-rt} \quad [4]$$

3. El comportamiento fuera de muestra del modelo de Corrado y Su

A continuación se analiza el comportamiento fuera de muestra del modelo de valoración de CS. Para ello, se tomará como referencia el marco habitual, que es el modelo de BS.

Para analizar el comportamiento fuera de muestra del modelo de BS se estima diariamente una única desviación típica a partir de todas las opciones negociadas durante el día t, desde las 16:00 hasta las 16:45 horas, minimizando la siguiente suma de cuadrados:

$$\min_{\sigma_{BS,t}} \sum_{j=1}^{N_t} (f_{M,j} - f_{BS,j}(\sigma_{BS,t}))^2 \qquad [5]$$

donde N_t es el número de precios de opciones disponibles durante el día t, f_M es un precio observado (de mercado) y $f_{BS}(\sigma_{BS})$ es el correspondiente precio teórico de BS basado en el parámetro σ_{BS}. Dado que el activo subyacente es un futuro, se calcula $f_{BS}(\sigma_{BS})$ por medio de la fórmula de Black (1976). De esta forma se obtiene una serie diaria de estimadores de sección cruzada, $\hat{\sigma}_{BS,t}$, que serán utilizados para calcular los precios teóricos de BS durante el día t+1.

El mismo procedimiento puede utilizarse para estimar desviaciones típicas ($\sigma_{CS,t}$), coeficientes de asimetría ($SK_{CS,t}$) y de curtosis ($KU_{CS,t}$) implícitos en el precio de las opciones, a través de la fórmula de CS, minimizando la siguiente suma de cuadrados:

$$\min_{\sigma_{CS,t}, SK_{CS,t}, KU_{CS,t}} \sum_{j=1}^{N_t} (f_{M,j} - f_{CS,j}(\sigma_{CS,t}, SK_{CS,t}, KU_{CS,t}))^2 \qquad [6]$$

donde, como antes, N_t es el número de precios de opciones disponibles durante el día t, f_M es un precio de mercado y $f_{CS}(\sigma_{CS,t}, SK_{CS,t}, KU_{CS,t})$ es el correspondiente precio teórico de CS, basado en los parámetros $\sigma_{CS,t}$, $SK_{CS,t}$, $KU_{CS,t}$. La serie diaria resultante de estimadores de sección cruzada[7] $\hat{\sigma}_{CS,t}$, $\widehat{SK}_{CS,t}$, $\widehat{KU}_{CS,t}$ se utiliza para calcular los precios teóricos de CS durante el día t+1.

Es importante notar que, dado que para determinados días no existen suficientes observaciones para resolver la ecuación [6], se han perdido observaciones en relación a la muestra original. En concreto, la muestra original se componía de 13.056 observaciones a lo largo de 1.154 días, lo que supone una media de en torno a 11 observaciones diarias. El número máximo de observaciones en un día se sitúa en 50. El número mínimo de observaciones para resolver la ecuación [6] se ha situado en 4. Por tanto, no se han podido obtener los coeficientes implícitos

(7) Se ha estimado también otra serie de volatilidades implícitas diarias derivadas del modelo de CS. Para ello, una vez obtenidos los coeficientes implícitos de CS por medio de la expresión [6], se calculan los precios teóricos de CS. A continuación, se calcula la volatilidad que minimiza la suma de diferencias al cuadrado entre estos precios teóricos de CS y la fórmula de Black-Scholes. La serie resultante presenta un elevado grado de correlación lineal con la serie de volatilidades implícitas de BS (en torno al 98%).

en todos los días con 3 ó menos observaciones. Esto significa que no existen errores de valoración, por falta de estimaciones de los parámetros requeridos, en aquellos días en los que en el día previo no existían al menos 4 observaciones. De esta forma, se dispone de 6.217 (4.735) errores de valoración para opciones de compra (venta), desde el 3 de enero de 1994 hasta el 9 de octubre de 1998. Estos errores de valoración constituyen la base del análisis que se desarrolla a continuación.

Comenzaremos analizando la significatividad de los errores de valoración fuera de muestra por medio de las proporciones de valores teóricos que quedan fuera de las bandas definidas por el diferencial *bid-ask*[8]. En concreto, en los tests que se presentan a continuación se emplea el siguiente estadístico Z para la diferencia entre dos proporciones:

$$Z = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{p_1(1-p_1)/n_1 + p_2(1-p_2)/n_2}} \qquad [7]$$

donde p_1 es la proporción de precios de BS que quedan fuera de las bandas definidas por el diferencial *bid-ask* y p_2 es la proporción equivalente para el modelo de CS. Asimismo, n_1 y n_2 son los tamaños muestrales correspondientes a estas proporciones. El estadístico se distribuye asintóticamente como una variable normal estándar.

Los resultados se presentan en los cuadros 2 y 3, para opciones de compra y de venta respectivamente. Este procedimiento permite estudiar si un determinado modelo sobrevalora o infravalora los precios de mercado, analizando las proporciones de valores teóricos que se sitúan por encima del *ask* o por debajo del *bid*.

Cuadro 2: CONTRASTE NO PARAMÉTRICO PARA MODELOS DE VALORACIÓN ALTERNATIVOS: OPCIONES DE COMPRA

Categorías	Black-Scholes	Corrado-Su Estadístico Z (p-valor)	N.º Observaciones
	Todas las opciones de compra		
P(*Bid*>C_{MODELO}>*Ask*)	0,4915	0,4600	6.217
	–	3,5184	
	–	(0,0004)	
P(C_{MODELO}<*Bid*)	0,1205	0,1977	6.217
	–	-11,8336	
	–	(0,0000)	
P(C_{MODELO}>*Ask*)	0,3710	0,2623	6.217
	–	13,1183	
	–	(0,0000)	

(8) Este procedimiento ha sido utilizado, entre otros, por CS, Fiorentini, León y Rubio (2002) y Peña, Rubio y Serna (2001).

Cuadro 2: Contraste no paramétrico para modelos de valoración alternativos: opciones de compra (continuación)

Categorías	Black-Scholes	Corrado-Su Estadístico Z (p-valor)	N.º Observaciones
Opciones de compra fuera de dinero (K/F > 1)			
P(*Bid*>C_{MODELO}>*Ask*)	0,5326	0,4942	4.899
	–	3,8052	
	–	(0,0001)	
P(C_{MODELO}<*Bid*)	0,1084	0,2253	4.899
	–	-15,7120	
	–	(0,0000)	
P(C_{MODELO}>*Ask*)	0,4242	0,2688	4.899
	–	16,3826	
	–	(0,0000)	
Opciones de compra en dinero (K/F < 1)			
P(*Bid*>C_{MODELO}>*Ask*)	0,3389	0,3328	1.316
	–	0,3313	
	–	(0,7404)	
P(C_{MODELO}<*Bid*)	0,1649	0,0942	1.316
	–	5,4308	
	–	(0,0000)	
P(C_{MODELO}>*Ask*)	0,1740	0,2386	1.316
	–	-4,1082	
	–	(0,0000)	
Opciones de compra a dinero (1,01 > K/F ≥ 0,99)			
P(*Bid*>C_{MODELO}>*Ask*)	0,3941	0,3779	1.908
	–	1,0279	
	–	(0,3040)	
P(C_{MODELO}<*Bid*)	0,1148	0,1394	1.908
	–	-2,2827	
	–	(0,0224)	
P(C_{MODELO}>*Ask*)	0,2793	0,2385	1.908
	–	2,8800	
	–	(0,0040)	

En el cuadro se presentan los resultados obtenidos al valorar las opciones de la muestra utilizando volatilidades implícitas de Black-Scholes del día previo (segunda columna) y coeficientes implícitos de volatilidad, asimetría y curtosis de Corrado y Su del día previo (tercera columna). El estadístico Z para la diferencia entre dos proporciones se define como:

$$z = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{p_1(1-p_1)/n_1 + p_2(1-p_2)/n_2}}$$

donde p_1 es siempre la proporción de precios de BS que quedan fuera de las bandas definidas por el diferencial *bid-ask* y p_2 es la misma proporción para el modelo de CS; n_1 y n_2 son los tamaños muestrales correspondientes a estas proporciones.

Cuadro 3: Contraste no paramétrico para modelos de valoración alternativos: opciones de venta

Categorías	Black-Scholes	Corrado-Su Estadístico Z (p-valor)	N.º Observaciones
	Todas las opciones de venta		
$P(\mathit{Bid}>C_{MODELO}>\mathit{Ask})$	0,5573	0,4142	4.735
	–	14,0763	
	–	(0,0000)	
$P(C_{MODELO}<\mathit{Bid})$	0,4745	0,2237	4.735
	–	26,5346	
	–	(0,0000)	
$P(C_{MODELO}>\mathit{Ask})$	0,0828	0,1905	4.735
	–	-15,4478	
	–	(0,0000)	
	Opciones de venta en dinero ($K/F > 1$)		
$P(\mathit{Bid}>C_{MODELO}>\mathit{Ask})$	0,3405	0,3130	837
	–	1,1999	
	–	(0,2301)	
$P(C_{MODELO}<\mathit{Bid})$	0,1099	0,1458	837
	–	-2,2025	
	–	(0,0276)	
$P(C_{MODELO}>\mathit{Ask})$	0,2306	0,1673	837
	–	3,2540	
	–	(0,0011)	
	Opciones de venta fuera de dinero ($K/F < 1$)		
$P(\mathit{Bid}>C_{MODELO}>\mathit{Ask})$	0,6041	0,4362	3.890
	–	15,0353	
	–	(0,0000)	
$P(C_{MODELO}<\mathit{Bid})$	0,5535	0,2403	3.890
	–	29,8000	
	–	(0,0000)	
$P(C_{MODELO}>\mathit{Ask})$	0,0506	0,1950	3.890
	–	-19,9879	
	–	(0,0000)	
	Opciones de venta a dinero ($1{,}01 > K/F \geq 0{,}99$)		
$P(\mathit{Bid}>C_{MODELO}>\mathit{Ask})$	0,3458	0,3363	1.365
	–	0,5235	
	–	(0,6006)	

Cuadro 3: CONTRASTE NO PARAMÉTRICO PARA MODELOS DE VALORACIÓN ALTERNATIVOS: OPCIONES DE VENTA (continuación)

Categorías	Black-Scholes	Corrado-Su Estadístico Z (p-valor)	N.º Observaciones
	Opciones de venta a dinero ($1{,}01 > K/F \geq 0{,}99$)		
$P(C_{MODELO} < Bid)$	0,1795	0,1758	1.365
	–	0,2529	
	–	(0,8003)	
$P(C_{MODELO} > Ask)$	0,1663	0,1605	1.365
	–	0,4098	
	–	(0,6819)	

En el cuadro se presentan los resultados obtenidos al valorar las opciones de la muestra utilizando volatilidades implícitas de Black-Scholes del día previo (segunda columna) y coeficientes implícitos de volatilidad, asimetría y curtosis de Corrado y Su del día previo (tercera columna). El estadístico z para la diferencia entre dos proporciones se define como:

$$z = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{p_1(1-p_1)/n_1 + p_2(1-p_2)/n_2}}$$

donde p_1 es siempre la proporción de precios de BS que quedan fuera de las bandas definidas por el diferencial *bid-ask* y p_2 es la misma proporción para el modelo de CS; n_1 y n_2 son los tamaños muestrales correspondientes a estas proporciones.

Cuando se consideran todas las opciones de compra de forma conjunta (cuadro 2), las proporciones de valores teóricos de BS y CS que quedan fuera de las bandas definidas por el diferencial *bid-ask* son 49,15% y 46,00% respectivamente, siendo la diferencia entre ambas proporciones significativa de acuerdo con el estadístico Z. Es decir, el modelo de CS se comporta significativamente mejor que el de BS cuando consideramos todas las opciones de compra de forma conjunta. Sin embargo, los mejores resultados los proporciona el modelo de BS en el caso de la proporción de valores teóricos por debajo del *bid* y el modelo de CS para el caso de la proporción de valores teóricos por encima del *ask*. Por otra parte, las proporciones de valores teóricos por debajo del *bid* son menores que las proporciones de valores teóricos por encima del *ask*, tanto para el modelo de BS como para el de CS. Por tanto, podemos concluir que ambos modelos tienden a sobrevalorar opciones de compra.

Cuando se clasifican las opciones de compra según su grado de *moneyness*, obtenemos que el modelo de CS se comporta mejor que el de BS, si bien la diferencia entre ambas proporciones sólo es significativa en el caso de las opciones fuera de dinero.

Cuando se consideran todas las opciones de venta de forma conjunta (cuadro 3), las proporciones de valores teóricos de BS y CS que quedan fuera de las bandas definidas por el diferencial *bid-ask* son 55,73% y 41,42% respectivamente, siendo la diferencia entre ambas proporciones significativa de acuerdo con el estadístico Z. De donde podemos concluir que el modelo de CS se comporta significativamente mejor que el de BS cuando consideramos todas las opciones de venta de forma conjunta. Además, ambos modelos tienden a infravalorar opciones de venta, sobre todo el modelo de BS.

Cuando se clasifican las opciones de venta según su grado de *moneyness*, el modelo de CS se comporta mejor que el de BS, si bien la diferencia entre ambas proporciones sólo es significativa en el caso de opciones fuera de dinero.

En el cuadro 4 se presentan los errores de valoración relativo medio, absoluto relativo medio y la raíz del error cuadrático medio, para opciones *call* y *put* por separado, así como para diferentes intervalos del grado de *moneyness*. Las conclusiones son similares a las obtenidas analizando las proporciones de valores teóricos por encima y por debajo del diferencial *bid-ask*. Cuando considerados todas las opciones de compra o de venta conjuntamente, ambos modelos proporcionan valores muy similares para las tres medidas del error consideradas, si bien el modelo de CS se comporta ligeramente mejor.

Por otra parte, la mayor mejoría del modelo de CS se obtiene para opciones fuera de dinero (K/F > 1 para opciones de compra y K/F < 1 para opciones de venta). Para opciones, tanto de compra como de venta, a dinero y en dinero ambos modelos proporcionan prácticamente los mismos resultados. Por último, señalar que la magnitud de los errores, medidos por medio de la raíz del error cuadrático medio, está en la línea de los proporcionados para el mercado español por Peña, Rubio y Serna (2001) para el modelo de BS.

Analizando los signos del error relativo medio comprobamos que, tal como obtuvimos anteriormente, tanto BS como CS sobrevaloran opciones de compra y BS infravalora opciones de venta.

En el cuadro 5 se presentan los errores de valoración relativo medio, absoluto relativo medio y la raíz del error cuadrático medio, por años. En los tres primeros años de la muestra (1994, 1995 y 1996) los errores de valoración son relativamente bajos, siendo los resultados de ambos modelos muy similares. Sin embargo, en los dos últimos años (1997 y 1998) los errores de valoración aumentan considerablemente, siendo los resultados de CS mejores que los de BS, sobre todo en el último año. Parecen ser, por tanto, los dos últimos años de la muestra los que están causando la mejoría global del modelo de CS en relación al de BS que se aprecia en los cuadros 2, 3 y 4. Es interesante apreciar que los dos últimos años de la muestra se caracterizan por un elevado nivel de volatilidad en relación a los tres primeros. Así, la volatilidad implícita media de BS en los años 1994, 1995, 1996, 1997 y 1998 es 0,2287, 0,1833, 0,1608, 0,2485 y 0,3441 respectivamente[9].

En el cuadro 6 se presenta un análisis de regresión para estudiar el grado de asociación lineal entre los precios de mercado y los precios teóricos de ambos modelos. Cuando se consideran todas las opciones, ya sea de compra o de venta, de forma conjunta, el modelo de CS proporciona resultados ligeramente mejores, en términos del coeficiente R^2. Sin embargo, cuando analizamos los resultados para diferentes intervalos del grado de *moneyness*, una vez más obtenemos que las mayores mejorías se consiguen para opciones, tanto de compra como de venta,

(9) Como se señaló en la nota a pie número 7, un comportamiento muy similar muestra la serie de volatilidades implícitas diarias obtenidas con el modelo de CS.

Cuadro 4: Medidas de error entre precios de mercado y teóricos

Panel A: opciones de compra				
Estadístico	Todas	K/F > 1	K/F < 1	0,99 ≤ K/F < 1,01
Modelo de Black-Scholes				
ERM	-0,0838	-0,1058	-0,0024	-0,0241
EARM	0,1386	0,1644	0,0424	0,0624
RECM	12,0446	12,5583	9,9097	8,7204
Modelo de Corrado-Su				
ERM	-0,0064	-0,0046	-0,0131	-0,0118
EARM	0,1229	0,1443	0,0432	0,0583
RECM	10,1422	10,2886	9,5835	8,6633
Panel B: opciones de venta				
Estadístico	Todas	K/F > 1	K/F < 1	0,99 ≤ K/F < 1,01
Modelo de Black-Scholes				
ERM	0,1478	-0,0108	0,1822	0,0072
EARM	0,1744	0,0484	0,2018	0,0570
RECM	14,5402	12,7552	14,9058	9,3555
Modelo de Corrado-Su				
ERM	-0,0002	0,0010	-0,0004	0,0075
EARM	0,1198	0,0470	0,1356	0,0566
RECM	11,4951	13,4523	11,0361	9,6418

En el cuadro se presentan varias medidas del error cometido por los modelos de Black-Scholes y de Corrado-Su. Si denominamos f al precio de mercado, f^* al precio teórico y N al número de observaciones consideradas en cada categoría, las medidas del error que se presentan se definen como:

Error relativo medio: $$\mathrm{ERM} = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\left(\frac{f - f^*}{f}\right)$$

Error absoluto relativo medio: $$\mathrm{EARM} = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\left(\frac{|f - f^*|}{f}\right)$$

Raíz del error cuadrático medio: $$\mathrm{RECM} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}(f - f^*)^2}$$

fuera de dinero. Para el resto de opciones ambos modelos se comportan de forma muy similar.

Por otra parte, el test de Wald rechaza la hipótesis nula de que los precios teóricos son estimadores insesgados de los precios de mercado (salvo para opciones de venta en dinero, tanto con BS como con CS, así como con CS con todas las opciones de venta de forma conjunta).

Cuadro 5: MEDIDAS DE ERROR ENTRE PRECIOS DE MERCADO Y TEÓRICOS POR AÑOS

Panel A: opciones de compra					
Estadístico	1994	1995	1996	1997	1998
Modelo de Black-Scholes					
ERM	-0,0513	-0,0254	-0,0537	-0,1194	-0,1567
EARM	0,1109	0,0911	0,0965	0,1695	0,2154
RECM	4,6988	2,7527	3,7076	12,6733	22,7124
Modelo de Corrado-Su					
ERM	-0,0127	-0,0092	-0,0096	-0,0057	0,0051
EARM	0,1206	0,0989	0,0971	0,1393	0,1534
RECM	4,9465	2,8558	3,5917	11,0053	18,4834
Panel B: opciones de venta					
Estadístico	1994	1995	1996	1997	1998
Modelo de Black-Scholes					
ERM	0,0775	0,0710	0,1289	0,2181	0,2303
EARM	0,1113	0,1039	0,1545	0,2399	0,2507
RECM	4,8959	2,8562	4,7029	17,7451	26,3126
Modelo de Corrado-Su					
ERM	-0,0050	0,0156	0,0318	0,0111	-0,0625
EARM	0,0879	0,1043	0,0926	0,1385	0,1761
RECM	4,4058	3,0105	3,8957	14,8804	19,9160

En el cuadro se presentan varias medidas del error cometido por los modelos de Black-Scholes y de Corrado-Su. Si denominamos f al precio de mercado, f^* al precio teórico y N al número de observaciones consideradas en cada categoría, las medidas del error que se presentan se definen como:

Error relativo medio: $\mathrm{ERM} = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\left(\frac{f - f^*}{f}\right)$

Error absoluto relativo medio: $\mathrm{EARM} = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\left(\frac{|f - f^*|}{f}\right)$

Raíz del error cuadrático medio: $\mathrm{RECM} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}(f - f^*)^2}$

Cuadro 6: Análisis de la relación entre precios teóricos y observados

Panel A: opciones de compra

Modelo de Black-Scholes

	Todas	K/F > 1	K/F < 1	0,99 ≤ K/F < 1,01
α_0	-2,5735	-0,6653	-2,7307	0,5128
(p-valor)	(0,0000)	(0,1014)	(0,0006)	(0,3644)
α_1	0,9885	0,9380	1,0291	0,9768
(p-valor)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)
R^2	0,9760	0,9639	0,9907	0,9858
χ^2 – Wald	149,2343	213,5279	13,3990	28,9684
(p-valor)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0012)	(0,0000)

Modelo de Corrado-Su

	Todas	K/F > 1	K/F < 1	0,99 ≤ K/F < 1,01
α_0	1,1305	1,8635	-0,5679	1,5105
(p-valor)	(0,0007)	(0,0000)	(0,4639)	(0,0126)
α_1	0,9796	0,9657	0,9956	0,9741
(p-valor)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)
R^2	0,9817	0,9698	0,9906	0,9858
χ^2 – Wald	14,4668	26,4429	15,1836	10,9765
(p-valor)	(0,0007)	(0,0000)	(0,0005)	(0,0041)

Panel B: opciones de venta

Modelo de Black-Scholes

	Todas	K/F > 1	K/F < 1	0,99 ≤ K/F < 1,01
α_0	5,7715	-0,9326	5,8425	0,8839
(p-valor)	(0,0000)	(0,1881)	(0,0000)	(0,2127)
α_1	1,0044	1,0052	1,0282	0,9974
(p-valor)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)
R^2	0,9759	0,9900	0,9642	0,9855
χ^2 – Wald	235,9756	2,2200	269,1570	8,3532
(p-valor)	(0,0000)	(0,3296)	(0,0000)	(0,0153)

Cuadro 6: ANÁLISIS DE LA RELACIÓN ENTRE PRECIOS TEÓRICOS Y OBSERVADOS (continuación)

Panel B: opciones de venta

Modelo de Corrado-Su

	Todas	K/F > 1	K/F < 1	0,99 ≤ K/F < 1,01
α_0	-0,1887	-0,9907	-0,5679	1,4653
(p-valor)	(0,6036)	(0,2208)	(0,4639)	(0,0597)
α_1	1,0090	1,0179	0,9956	0,9900
(p-valor)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)
R^2	0,9818	0,9893	0,9906	0,9847
χ^2 – Wald	2,0098	3,8420	15,1836	9,9366
(p-valor)	(0,3661)	(0,1465)	(0,0005)	(0,0069)

En el cuadro se presentan los resultados de la regresión de los precios de mercado frente a los teóricos, tanto de BS como de CS. Si denominamos *f* al precio de mercado y *f** al precio teórico, las regresiones estimadas son:

$$f = \alpha_0 + \alpha_1 f^* + \varepsilon$$

El test de Wald contrasta la hipótesis nula de que los precios teóricos son estimadores insesgados de los precios de mercado (H_0: $\alpha_0 = 0$ y $\alpha_1 = 1$). (Errores estándar de Newey-West).

En los cuadros 7 y 8 se analiza el grado de asociación lineal entre los errores de valoración de ambos modelos (medidos como la diferencia entre los precios de mercado y los precios teóricos) y diversas variables. Así, en la línea de los trabajos de Sarwar y Krehbiel (2000) y Bakshi, Cao y Chen (1997), se han incluido variables relacionadas con las características de las opciones (grado de *moneyness* y tiempo para el vencimiento), así como con las condiciones económicas (la volatilidad y el nivel de los tipos de interés libres de riesgo utilizados para valorar las opciones en cada día de la muestra). Siguiendo a Sarwar y Krehbiel (2000), dada la evidencia empírica que favorece las estimaciones implícitas de la volatilidad sobre las basadas en series históricas de rendimientos, se ha utilizado como indicador de la volatilidad del mercado la volatilidad implícita diaria de BS procedente de la expresión [5][10].

Con el objetivo de tener en cuenta posibles efectos, relacionados con la agrupación de los errores de valoración por grados de *moneyness*[11], se han esti-

(10) Como ya se señaló en la nota a pie número 7, dada la elevada correlación existente entre la volatilidad implícita de BS y la serie volatilidades implícitas obtenida con el modelo de CS, se ha optado por una de ellas, la de BS, como estimador de la volatilidad del mercado.

(11) En otros trabajos, como el de Sarwar y Krehbiel (2000) se permite la posibilidad de que los errores de valoración se agrupen no sólo por grados de *moneyness*, sino también por el tiempo que falta hasta el vencimiento. Sin embargo, dado que en este trabajo sólo se consideran opciones con vencimiento corto (menor que un mes) sólo se ha tenido en cuenta el posible efecto del grado de *moneyness*.

Cuadro 7: ANÁLISIS DE REGRESIÓN PARA LOS ERRORES DE VALORACIÓN EN PRECIOS: OPCIONES DE COMPRA

	Modelo de Black-Scholes			Modelo de Corrado-Su		
	Pool	E. fijos	E. aleatorios	Pool	E. fijos	E. aleatorios
α_0	66,4608	34,5631	66,4608	-33,3863	-39,9140	-33,3863
(p-valor)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)
α_1	-80,7912	-49,0130	-80,7912	27,8942	34,3792	27,8942
(p-valor)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)
α_2	-25,6384	-26,2932	-25,6384	0,7926	0,6875	0,7926
(p-valor)	(0,0001)	(0,0000)	(0,0000)	(0,9056)	(0,9140)	(0,9010)
α_3	9,4803	7,2613	9,4803	6,7720	6,3322	6,7220
(p-valor)	(0,0073)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0358)	(0,0000)	(0,0000)
α_4	181,8404	180,9947	181,8404	47,0749	46,9636	47,0749
(p-valor)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)
R^2	0,1180	0,1138	0,1130	0,0131	0,0129	0,0131
F test	–	30,77	–	–	1,18	–
(H_0: No E.F.)		(0,0000)			(0,3066)	
χ^2 ML test	–	–	26,12	–	–	0,50
(H_0: No E.A.)			(0,0000)			(0,4781)

En el cuadro se presentan los resultados de la regresión de los errores de valoración en precios y diversas variables relacionadas tanto con las características de las opciones como con las condiciones económicas. Sean *f* el precio de mercado y *f** el precio teórico. K/F es el grado de *moneyness*, (T-t) el tiempo que falta para el vencimiento, σ^2 la volatilidad y r el tipo de interés sin riesgo. Los coeficientes de la columna *pool* proceden de estimar las regresiones:

$$f - f^* = \alpha_0 + \alpha_1 \frac{K}{F} + \alpha_2 (T-t) + \alpha_3 \sigma^2 + \alpha_4 r + \varepsilon$$

Los coeficientes de las columnas 'Efectos fijos' y 'Efectos aleatorios' proceden de añadir a las regresiones anteriores efectos individuales, fijos o aleatorios respectivamente, que recogen tres categorías para el grado de *moneyness*. Los estadísticos 'F test' y 'χ^2 ML test' contrastan la hipótesis nula de que no existen efectos fijos o aleatorios respectivamente.

mado las regresiones permitiendo la posibilidad de que existan efectos, fijos o aleatorios, por medio de una variable índice que recoge tres categorías para el grado de *moneyeness*: K/F < 0,99, 0,99 ≤ K/F < 1,01 y K/F ≥ 1,01. Así, en los cuadros 7 y 8 se incluyen los resultados de estimaciones *pool*, que no permiten la existencia de dichos efectos, así como los resultados de regresiones con efectos fijos y aleatorios.

Los resultados indican que los errores del modelo de BS están relacionados con las cuatro variables incluidas, tanto para opciones de compra como de venta. Por su parte el modelo de CS elimina el sesgo del tiempo para el vencimiento en el caso de las opciones de compra y el del tipo de interés para las opciones de

Cuadro 8: ANÁLISIS DE REGRESIÓN PARA LOS ERRORES DE VALORACIÓN EN PRECIOS: OPCIONES DE VENTA

	Modelo de Black-Scholes			Modelo de Corrado-Su		
	Pool	E. fijos	E. aleatorios	Pool	E. fijos	E. aleatorios
α_0	92,3723	59,4881	92,3723	-54,8768	-67,3395	-54,8768
(p-valor)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)
α_1	-84,9032	-50,8532	-84,9032	53,9190	66,8582	53,919
(p-valor)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)
α_2	66,3736	63,1383	66,3736	25,0922	23,6777	25,0922
(p-valor)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0020)	(0,0040)	(0,002)
α_3	26,7911	26,9757	26,7911	9,1684	9,1499	9,1684
(p-valor)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0130)	(0,0000)	(0,0000)
α_4	-189,7625	-192,4413	-189,7625	-6,0355	-7,1439	-6,0355
(p-valor)	(0,0000)	(0,0000)	(0,0000)	(0,7010)	(0,568)	(0,630)
R^2	0,2782	0,2725	0,2782	0,0269	0,0266	0,0269
F test	–	52,67	–	–	8,66	–
(H_0: No E.F.)		(0,0000)			(0,0002)	
χ^2 ML test	–	–	761,32	–	–	15,42
(H_0: No E.A.)			(0,0000)			(0,0001)

En el cuadro se presentan los resultados de la regresión de los errores de valoración en precios y diversas variables relacionadas tanto con las características de las opciones como con las condiciones económicas. Sean f el precio de mercado y f^* el precio teórico. K/F es el grado de *moneyness*, (T-t) el tiempo que falta para el vencimiento, σ^2 la volatilidad y r el tipo de interés sin riesgo. Los coeficientes de la columna *pool* proceden de estimar las regresiones:

$$f - f^* = \alpha_0 + \alpha_1 \frac{K}{F} + \alpha_2 (T - t) + \alpha_3 \sigma^2 + \alpha_4 r + \varepsilon$$

Los coeficientes de las columnas 'Efectos fijos' y 'Efectos aleatorios' proceden de añadir a las regresiones anteriores efectos individuales, fijos o aleatorios respectivamente, que recogen tres categorías para el grado de *moneyness*. Los estadísticos 'F test' y 'χ^2 ML test' contrastan la hipótesis nula de que no existen efectos fijos o aleatorios respectivamente.

venta. Además, es importante observar la reducción en el valor del coeficiente R^2 que presenta el modelo de CS en relación al de BS. Por otra parte, los tests F y de los multiplicadores de Lagrange, que se muestran al final de los cuadros, indican que existen efectos, fijos o aleatorios, asociados al grado de *moneyness* en todos los casos, salvo para las opciones de compra con el modelo de CS.

4. RESULTADOS DE COBERTURA

El análisis del comportamiento del modelo de CS en relación al de BS quedaría incompleto sin analizar las potenciales mejorías en cuanto a la gestión del riesgo del primero en relación al segundo. Definimos el error de cobertura, siguiendo a Dumas, Fleming y Whaley (1998), como:

$$\varepsilon_t = \Delta f_t - \Delta f_t^*$$

donde Δf_t e Δf_t^* son los cambios en los precios de mercado y teóricos respectivamente, entre t y t+1. Para comparar precios del día t con precios del día t+1, únicamente con el propósito de calcular errores de cobertura, se han expresado todos los precios en términos *forward* al vencimiento de la opción[12].

Los resultados se presentan en los cuadros 9 (por grados de *moneyness*) y 10 (por años). Hay que señalar que la construcción de los errores de cobertura nos hace perder nuevamente observaciones. Esto se debe a que para construir Δf_t e Δf_t^* es necesario que para cada opción negociada en t + 1, exista otra en t que sea del mismo tipo (de compra o de venta), que tenga el mismo vencimiento y el mismo precio de ejercicio y con precio teórico disponible. Sorprendentemente el modelo de CS se comporta peor que el de BS. El modelo de CS únicamente proporciona ganancias marginales para opciones fuera de dinero, tanto de compra como de

Cuadro 9: Errores de cobertura (RECM)

Panel A: opciones de compra				
	Todas	K/F > 1	K/F < 1	0,99 ≤ K/F < 1,01
Black-Scholes	12,9199	8,5068	13,8404	9,0142
Corrado-Su	13,3573	7,9568	14,4361	8,9816
Núm. observaciones	721	149	572	265
Panel B: opciones de venta				
	Todas	K/F > 1	K/F < 1	0,99 ≤ K/F < 1,01
Black-Scholes	9,6726	10,0967	5,9719	6,7289
Corrado-Su	10,6073	11,1223	5,9147	8,4625
Núm. observaciones	526	460	65	147

En el cuadro se presenta el error de cobertura cometido por los modelos de Black-Scholes y de Corrado-Su. Si denominamos *f* al precio de mercado, *f** al precio teórico y *N* al número de observaciones consideradas en cada categoría, se define el error de cobertura como:

$$\varepsilon_t = \Delta f_t - \Delta f_t^*$$

y la raíz del error cuadrático medio como:

$$\text{RECM} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}(\Delta f - \Delta f^*)^2}$$

donde Δf_t e Δf_t^* son los cambios en los precios de mercado y teóricos respectivamente, entre t y t+1.

(12) Además, como señalan Dumas, Fleming y Whaley (1998), este procedimiento está asumiendo que la cobertura se ajusta continuamente en el tiempo.

venta. Estos resultados se mantienen cuando clasificamos los errores de cobertura por años. Como ya ocurría con los errores de valoración fuera de muestra, los errores de cobertura tienden a aumentar hacia el final de la muestra, sobre todo en los años 97 y 98.

Por último señalar que el hecho de que un modelo se comporte mejor que otro en cuanto a resultados de valoración fuera de muestra, pero peor en cuanto a resultados de cobertura, ha sido ya encontrado en otros trabajos. De hecho, Dumas, Fleming y Whaley (1998) obtienen que el modelo de BS se comporta peor que un modelo con volatilidad determinista en función del precio de ejercicio, en cuanto a resultados de valoración fuera de muestra, pero mejor en cuanto a resultados de cobertura.

5. El contenido informativo de los coeficientes implícitos

En esta sección se realiza un estudio del contenido informativo de los coeficientes implícitos, por medio de los procedimientos de regresión propuestos, entre otros, por Canina y Figlewski (1993) y Christensen y Prabhala (1998). El análisis se basa en determinar la capacidad de los coeficientes implícitos para predecir los coeficientes futuros (o realizados) durante el tiempo que falta hasta el vencimiento de las opciones utilizadas para calcular los primeros.

Cuadro 10: Errores de cobertura por años (RECM)

Panel A: opciones de compra

	1994	1995	1996	1997	1998
Black-Scholes	5,4550	3,2590	3,7075	14,7737	28,8250
Corrado-Su	5,8484	3,2929	3,7544	14,6613	30,1921
Núm. observaciones	189	153	142	140	97

Panel B: opciones de venta

	1994	1995	1996	1997	1998
Black-Scholes	4,9007	3,3226	3,6722	16,0415	23,5789
Corrado-Su	5,5448	3,5699	3,6291	17,6059	26,1085
Núm. observaciones	66	133	206	80	41

En el cuadro se presenta el error de cobertura cometido por los modelos de Black-Scholes y de Corrado-Su. Si denominamos f al precio de mercado, f* al precio teórico y N al número de observaciones consideradas en cada categoría, se define el error de cobertura como:

$$\varepsilon_t = \Delta f_t - \Delta f_t^*$$

y la raíz del error cuadrático medio como:

$$\text{RECM} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}(\Delta f - \Delta f^*)^2}$$

donde Δf_t e Δf_t^* son los cambios en los precios de mercado y teóricos respectivamente, entre t y t+1.

Los coeficientes realizados se calculan de la siguiente forma. Dada una serie de precios del activo subyacente $\{F_0, F_1, ..., F_T\}$, los rendimientos continuos $\{r_1, r_2, ..., r_T\}$, se definen como: $r_t = \ln(F_t/F_{t-1})$. Los coeficientes realizados se definen como los coeficientes de desviación típica, asimetría y curtosis muestrales de la rentabilidad continua del subyacente durante el tiempo que falta hasta el vencimiento de las opciones[13]:

$$\sigma_{r,t} = \sqrt{\frac{1}{\tau - t}\sum_{k=t}^{\tau}(r_k - \bar{r}_{r,t})^2}$$

$$SK_{r,t} = \frac{\sum_{k=t}^{\tau}(r_k - \bar{r}_{r,t})^3}{(\tau - (t-1))\sigma_{r,t}^3} \qquad [8]$$

$$KU_{r,t} = \frac{\sum_{k=t}^{\tau}(r_k - \bar{r}_{r,t})^4}{(\tau - (t-1))\sigma_{r,t}^4}$$

donde $\sigma_{r,t}$, $SK_{r,t}$, and $KU_{r,t}$ denotan coeficientes realizados de desviación típica, asimetría y curtosis correspondientes al día t,

$$\bar{r}_{r,t} = \frac{1}{\tau - (t-1)}\sum_{k=t}^{\tau} r_k$$

y τ es la fecha de vencimiento de las opciones utilizadas para calcular los coeficientes implícitos del día t.

Las regresiones propuestas por Christensen and Prabhala (1998) para la volatilidad implícita se aplicarán aquí a los tres coeficientes de volatilidad, asimetría y curtosis:

$$r_t = \alpha_0 + \alpha_i i_t + \varepsilon_t \qquad [9]$$

donde r_t es uno de los tres coeficientes realizados obtenidos el día t, dados por las expresiones [8], i_t denota el correspondiente coeficiente implícito. Si los coeficientes implícitos contienen alguna información sobre los coeficientes futuros, α_i debería ser significativamente distinto de cero. Además, si los coeficientes implícitos son estimadores insesgados de los coeficientes futuros, debería cumplirse: $\alpha_0 = 0$ y $\alpha_i = 1$.

El cuadro 11 recoge los resultados[14]. Las volatilidades implícitas tanto de BS como de CS contienen información sobre la volatilidad realizada, aunque no pare-

(13) F_t se define como la media de todos los precios del futuro asociados con cada opción negociada el día t entre las 16:00 y las 16:45 horas.

(14) Los problemas de autocorrelación, que como ponen de manifiesto Christensen y Prabhala (1998) provocan el solapamiento de los coeficientes dados por las expresiones [8], se corrigen mediante el empleo de errores estándar consistentes por autocorrelación y heteroscedasticidad de Newey-West.

cen ser estimadores insesgados, ya que se rechaza la hipótesis conjunta: $\alpha_0 = 0$ y $\alpha_i = 1$. Resultados ligeramente mejores, en términos del coeficiente R^2, se obtienen con la volatilidad implícita de BS. La asimetría implícita de CS no parece contener información sobre la asimetría realizada. Por su parte, el coeficiente implícito de curtosis, aunque significativo, presenta signo negativo, siendo el coeficiente R^2 muy bajo.

Cuadro 11: EL CONTENIDO INFORMATIVO DE LOS COEFICIENTES IMPLÍCITOS

$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\alpha}_i$	R^2 Ajust.	No. Obs.	Tests de Wald
Volatilidad implícita de Black-Scholes				
-0,0295 (0,0693)	1,0465 (0,0000)	0,5245	888	H_0: α_0=0, α_i=1 F = 9,8032 p-valor=0,0000
Volatilidad implícita de Corrado-Su				
-0,0179 (0,2443)	0,9419 (0,0000)	0,5168	888	H_0: α_0=0, α_i=1 F = 17,7834 p-valor=0,0000
Asimetría implícita de Corrado-Su				
-0,0278 (0,6161)	0,0949 (0,0928)	0,0057	888	H_0: α_0=0, α_i=1 F = 274,7626 p-valor=0,0000
Curtosis implícita de Corrado-Su				
2,5343 (0,0000)	-0,0440 (0,0131)	0,0034	888	H_0: α_0=0, α_i=1 F = 2717,255 p-valor=0,0000

En el cuadro se muestran los resultados de la estimación de MCO de las regresiones:

$$r_t = \alpha_0 + \alpha_i i_t + \varepsilon$$

donde r_t e i_t denotan coeficientes realizados e implícitos respectivamente de volatilidad, asimetría o curtosis. Se han empleado errores estándar robustos de Newey-West en todas las estimaciones (p-valores entre paréntesis).

6. Conclusiones

El objetivo de este trabajo es estudiar el comportamiento en el mercado español del modelo de valoración de opciones de CS, que partiendo de una expansión de Gram-Charlier de la densidad de la normal estándar, propone una fórmula de valoración que es la suma de la fórmula de BS y dos términos de ajuste por asimetría y curtosis no normales.

La base de datos está compuesta por todas las opciones de compra y de venta sobre el futuro del índice IBEX-35, negociadas diariamente entre las 16:00 y las 16:45 horas, desde el 3 de enero de 1994 hasta el 9 de octubre de 1998. El comportamiento fuera de muestra del modelo de valoración de CS se analiza comparándolo con el modelo de BS. Las opciones se valoran utilizando coeficientes implícitos del día previo. Los resultados obtenidos muestran que el modelo de CS se comporta mejor que el de BS, en términos de errores de valoración fuera de muestra, pero no términos de resultados de cobertura. Por último, un análisis del contenido informativo de los coeficientes implícitos de volatilidad, asimetría y curtosis, obtenidos a partir del modelo de CS, indica que únicamente la volatilidad implícita parece contener información sobre la volatilidad futura del IBEX-35. Sin embargo, los coeficientes implícitos de asimetría y curtosis no parecen contener información sobre la asimetría y curtosis futuras, respectivamente, del IBEX-35.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Backus, D., S. Foresi, K. Li y L. Wu (1997): *Accounting for Biases in Black-Scholes*, Documento de Trabajo, Stern School of Business, New York University.

Bakshi, G., C. Cao y Z. Chen (1997): "Empirical performance of alternative option pricing models", *The Journal of Finance*, 52, págs. 2003-2049.

Bates, D. (1996): "Jumps and stochastic volatility: Exchange rate processes implicit in Deutsche mark options", *The Review of Financial Studies*, 9, págs. 69-107.

Black, F. (1976): "The pricing of commodity contracts", *Journal of Financial Economics*, 3, págs. 167-179.

Black, F. y M. Scholes (1973): "The pricing of options and corporate liabilities", *Journal of Political Economy*, 81, págs. 637-659.

Canina, L. y S. Figlewski (1993): "The Informational Content of Implied Volatility", *The Review of Financial Studies*, 6, págs. 659-681.

Christensen, B. y N. Prabhala (1998): "The relation between implied and realized volatility", *Journal of Financial Economics*, 50, págs. 125-150.

Corrado, C. y T. Su (1996): "Skewness and kurtosis in S&P 500 index returns implied by option prices", *Journal of Financial Research*, 19, págs. 175-192.

Corrado, C. y T. Su (1997a): "Implied volatility skews and stock return skewness and kurtosis implied by stock option prices", *European Journal of Finance*, 3, págs. 73-85.

Corrado, C. y T. Su (1997b): "Implied volatility skews and stock index skewness and kurtosis implied by S&P 500 index option prices", *Journal of Derivatives*, 4, págs. 8-19.

Das, S. y R. Sundaram (1999): "Of Smiles and smirks: A term-structure perspective", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 34, págs. 211-239.

Derman, E. e I. Kani (1994): "Riding on a smile", *Risk*, 7, págs. 32-39.

Derman, E., I. Kani y N. Chriss (1996): "Implied trinomial trees of the volatility smile", *Journal of Derivatives*, 3, págs. 7-22.

Dumas, B., J. Fleming y R. Whaley (1998): "Implied Volatility Functions: Empirical Tests", *The Journal of Finance*, 53, págs. 2059-2106.

Dupire, B. (1994): "Pricing with a smile", *Risk*, 7, págs. 18-20.

Fiorentini, G., A. León y G. Rubio (2002): "Estimation and empirical performance of Heston's stochastic volatility model: The case of a thinly traded market", *Journal of Empirical Finance*, 9, págs. 225-255.

French, D. (1984): "The weekend effect on the distribution of stock prices: Implications for option pricing", *The Journal of Financial Economics*, 13, págs. 547-559.

Heston, S. (1993): "A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options", *Review of Financial Studies*, 6, págs. 327-344.

Hull, J. (1997): *Options, futures and other derivative securities*, Prentice Hall, Tercera edición, New Jersey.

Hull, J. y A. White (1987): "The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities", *The Journal of Finance*, 42, págs. 281-300.

Jackwerth, J.C. y M. Rubinstein (1996): "Recovering probability distributions from option prices", *The Journal of Finance*, 51, págs. 1611-1631.

Jarrow, R. y A. Rudd (1982): "Approximate Option Valuation for Arbitrary Stochastic Processes", *The Journal of Financial Economics*, 10, págs. 347-369.

Peña, I., G. Rubio y G. Serna (1999): "Why do we smile? On the determinants of the implied volatility function", *Journal of Banking and Finance*, 23, págs. 1151-1179.

Peña, I., G. Rubio y G. Serna (2001): "Smiles, bid-ask spreads and option pricing", *European Financial Management*, 7, págs. 351-374.

Rubinstein, M. (1994): "Implied binomial trees", *The Journal of Finance*, 49, págs. 771-818.

Sarwar, G. y T. Krehbiel (2000): "Empirical Performance of Alternative Pricing Models of Currency Options", *The Journal of Futures Markets*, 20, págs. 265-291.

Serna, G. (2002): "Valoración de opciones con sonrisas de volatilidad: Aplicación al mercado español de opciones sobre el futuro del índice IBEX-35", *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, 31, págs. 1203-1227.

Stein, E. y J. Stein (1991): "Stock price distributions with stochastic volatility: An analytical approach", *Review of Financial Studies*, 4, págs. 727-752.

Fecha de recepción del original: enero, 2002
Versión final: mayo, 2003

ABSTRACT

In the context of the Spanish IBEX-35 Index Futures Option Market, this work analyses the out-of-sample performance of the model proposed by Corrado and Su (1996, 1997a, 1997b), which accounts for non-normal skewness and kurtosis. We employ an extensive database of intra-day transaction prices for call and put options transacted between 16:00 and 16:45 from January 1994 to October 1998. The empirical results indicate that the out-of-sample predictive performance of the Corrado and Su model is better than that of Black-Scholes (1973), although the hedging performance of the Corrado and Su model is worse. Finally, the implied volatility of Corrado and Su contains information about future IBEX-35 volatility. However, implied skewness and kurtosis do not seem to contain information about future IBEX-35 skewness and kurtosis, respectively.

Key words: option pricing models, black-Scholes, Gram-Charlier series expansions, skewness and kurtosis, out of sample pricing errors.

JEL classification: G12, G13.