

COBERTURA CON CONTRATOS DE FUTURO*

VICENTE ARAGÓ
M.^a ÁNGELES FERNÁNDEZ
Universitat Jaume I

En este trabajo se estudia el dinamismo del *ratio* de cobertura de mínima varianza (RCMV) con contratos de futuros sobre el índice bursátil IBEX-35. Con objeto de considerar la existencia de heterocedasticidad condicional, se propone la utilización de modelos GARCH Bivariantes donde, adicionalmente, se considera la existencia de relaciones de cointegración entre la series de contado y futuro. Como principal aportación del trabajo destaca que se comparan la efectividad, tanto desde el punto de vista ex-post como ex-ante, de esta aproximación frente a otras menos sofisticadas en las que no se consideran la existencia de problemas de heterocedasticidad o de relaciones de cointegración, utilizándose como medida de efectividad, tanto los efectos de la cobertura sobre la varianza del rendimiento de la posición cubierta como sobre el nivel de utilidad esperado del inversor. Los resultados obtenidos en el análisis ex-ante muestran que, si se consideran los costes de transacción, la realización de coberturas dinámicas no suponen una apreciable mejora de la utilidad del coberturista respecto al modelo estático.

Palabras clave: cobertura dinámica, modelos GARCH bivariantes, cointegración, efectividad.

Clasificación JEL: G10.

El espectacular desarrollo que ha experimentado en España el mercado de futuros sobre índices bursátiles, junto con la liberalización en la utilización de activos derivados por parte de las instituciones de inversión colectiva (O.M. 10-6-97), han potenciado la realización de operaciones de cobertura de carteras de renta variable, posibilitando la gestión del componente sistemático del riesgo de las carteras sin necesidad de alterar su composición, ofreciendo, adicionalmente, un fuerte potencial de apalancamiento.

La determinación del *ratio* de cobertura de mínima varianza (RCMV), es un tema que sigue presente en la literatura financiera, sin que exista un acuerdo sobre el método de estimación del mismo. Partiendo del trabajo de Ederington (1979),

(*) Los autores agradecen los comentarios y sugerencias de dos evaluadores anónimos, así como a los participantes en el VII Foro de Finanzas. Financiado en parte por el proyecto de investigación P1.1B2000-17 de Fundació Bancaixa Castelló.

éste se estima, generalmente, a partir de la pendiente de la recta de regresión entre diferencias de primer orden de precios al contado sobre las de futuro (de aquí en adelante H_{MCO}).

Dos son los problemas básicos que subyacen en la utilización de esta metodología. En primer lugar, se considera como hipótesis que la función de distribución de los precios al contado y de futuro se mantienen constantes dentro del periodo de estudio analizado, y por lo tanto el RCMV y su medida de efectividad asociada [Myers (1991)]. En segundo lugar, no se tiene en cuenta la posible existencia de relaciones de cointegración entre las series de contado y de futuro [Lien (1996)].

Si se constata la existencia de heterocedasticidad condicional autorregresiva en las series de rendimientos de contado y de futuro, las funciones de distribución condicional diferirán de las incondicionales, y no tendrá sentido estimar el RCMV considerando que los momentos de segundo orden son constantes en el tiempo. Lo adecuado en este caso, será realizar coberturas de carácter dinámico en las que el coberturista deberá ajustar su RCMV a la llegada de nueva información. Por otra parte, si los precios de contado y futuro están cointegrados y no se incorpora el termino de corrección de error (TCE), se obtendrán problemas de mala especificación e infraestimaciones del verdadero valor del *ratio* de cobertura óptimo.

La evidencia empírica obtenida, para el mercado de contado y futuros sobre el índice bursátil IBEX-35, confirma la existencia de relaciones de cointegración [Lafuente (1995), Blanco (1998)¹, Climent y Pardo (2000), Muñoz, *et al.* (1997)] y problemas de heterocedasticidad [Ayuso *et al.* (1996), León y Mora (1999), Blanco (2000), Corredor *et al.* (1997), Lafuente (1997) y Pardo (1998)]. La coexistencia de estos aspectos, nos ha motivado a estimar el *ratio* de cobertura a partir de modelos GARCH Bivariantes incorporando las relaciones de cointegración. Esta modelización, nos permitirá, además de considerar los ajustes de ambas series respecto a los desequilibrios de largo plazo, momentos de segundo orden no constantes en los que para su estimación se incorporará el conjunto de información que el inversor dispone hasta ese momento, pudiendo ajustar el *ratio* de cobertura a las noticias que fluyen al mercado.

Es, básicamente, a partir de la década de los noventa cuando los modelos de volatilidad condicional² son utilizados para evaluar la efectividad de coberturas dinámicas con contratos de futuro y compararla con la obtenida con otras aproximaciones en las que se consideran distribuciones constantes en el tiempo. En términos generales, los resultados confirman una mayor efectividad de los modelos condicionados. Este resultado es común para diferentes mercados como: deuda pública [Cecchetti *et al.* (1988), Koutmos y Pericli (1998), Torró y Navarro (1998)]; mercaderías [Myers (1991) y Baillie y Myers (1991)]; Canadian Banker's acceptances (BAX) [Gagnon y Lypny (1995)], índices de acciones [Park y Switzer (1995 a,b), Lafuente (1998)]; y divisas [Kroner *et al.* (1991, 1993), Tong (1996)].

Por todo ello, el objetivo que perseguimos en este trabajo es estudiar el dinamismo del RCMV, así como comparar la efectividad obtenida de esta forma respec-

(1) Blanco, utiliza el índice corregido por el "cost of carry".

(2) Un resumen detallado de diferentes modelos de volatilidad condicional puede encontrarse en los trabajos de Bollerslev *et al.* (1992) o Bera y Higgins (1993).

to a otros métodos alternativos (H_{MCO} y aquel que incorpora las relaciones de equilibrio a largo plazo, de aquí en adelante H_{MCE}), en el mercado español de renta variable. La principal aportación del trabajo, respecto al realizado por Lafuente (1998) sobre este mismo mercado, es que se realiza para coberturas de duración diaria, se modeliza la dinámica de la matriz de varianzas considerando la respuesta asimétrica de la volatilidad frente a buenas y malas noticias. Así mismo, para comparar la efectividad de la cobertura se realiza tanto un análisis ex-post como ex-ante, donde se consideran de forma explícita los costes de transacción a los que debe hacer frente el inversor en toda política de cobertura dinámica con objeto de estudiar la viabilidad económica de este tipo de coberturas frente a las de carácter estático.

El trabajo presenta la siguiente estructura. En el siguiente apartado se hace una exposición del modelo teórico con el que se determina la expresión de los *ratios* de cobertura. En el segundo se realiza un estudio de las características de las series de contado y futuro, analizando la existencia de efectos estacionales diarios, así como de relaciones de cointegración. El tercero recoge la especificación de los momentos de primer y segundo orden condicionales a partir de los que se estimarán los RCMV. En el cuarto se recogen las estimaciones de los modelos propuestos. En el quinto apartado se realiza una comparación de la efectividad alcanzada con los modelos propuestos. Finalmente, se recogen las principales conclusiones y las referencias bibliográficas.

1. *RATIO* DE COBERTURA DE MÍNIMA VARIANZA

En este trabajo se considerará una aproximación a la cobertura suponiendo un modelo de dos periodos³, donde el único instrumento disponible para realizar la cobertura son contratos de futuro, asimismo se construirá una cartera formada exclusivamente por la posición al contado (larga) más la mantenida en el mercado de futuros (corta). Bajo estos supuestos el rendimiento de esta cartera (R_t) vendrá recogido por la ecuación 1, donde: $R_{s,t}$ y $R_{f,t}$ son el rendimiento del periodo comprendido entre $t - 1$ y t , del mercado al contado y a futuro, respectivamente, y b_{t-1} la posición mantenida en futuros entre este periodo temporal.

$$R_t = R_{s,t} - b_{t-1}R_{f,t} \quad [1]$$

(3) La estimación de *ratios* de cobertura en modelos multiperiodo ha sido estudiada en los trabajos de: Howard y D'Antonio (1991), considerando la existencia de problemas de correlación entre los cambios de precios de contado y futuro; Lien y Luo (1993) incluyen la existencia de relaciones de cointegración; Lien y Luo (1994) quienes consideran la existencia de problemas de heteroscedasticidad. La expresión del *ratio* de cobertura, en este último caso, presenta el problema que depende de las relaciones entre los cambios de precios y los posteriores *ratios* de cobertura durante el periodo temporal comprendido entre el momento de determinación del *ratio* de cobertura y el final del periodo de inversión considerado. De acuerdo con esto, la estimación del *ratio* de cobertura se realiza de forma recursiva desde el final del periodo de inversión hacia el momento en el que se lleva a cabo la cobertura. Debido a estos problemas, y con objeto de facilitar la exposición del trabajo, hemos optado por considerar un análisis en el que se consideran únicamente dos periodos.

Para cada periodo, el objetivo del inversor es maximizar el valor esperado de su función de utilidad ($U(R_t)$), que la aproximaremos [véase, Levy y Markowitz (1979)] a la ecuación 2, donde: λ representa el parámetro que mide la aversión al riesgo del inversor y $E_t(i)$, $\sigma_{i,t}^2$ y $\sigma_{ij,t}$, momentos de primer y segundo orden (esperanza, varianza y covarianza, respectivamente, para $i = s, f$) condicionados al conjunto de información disponible hasta “ $t - 1$ ” (Ω_{t-1}).

$$\begin{aligned}
 U(R_t) &= E_t(R_t) - \lambda \sigma_{R_t}^2 = \\
 &= E_t(R_{s,t}) - b_{t-1} E_t(R_{f,t}) - \lambda (\sigma_{s,t}^2 + b_{t-1}^2 \sigma_{f,t}^2 - 2b_{t-1} \sigma_{sf,t})
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

La expresión del *ratio* de cobertura que maximiza esta función de utilidad (b_{t-1}^*) se obtendrá a partir de las condiciones de primer orden.

$$b_{t-1}^* = \frac{-E(R_{f,t}) + 2\lambda \sigma_{sf,t}}{2\lambda \sigma_f^2}
 \tag{3}$$

y asumiendo que el rendimiento esperado condicionado al conjunto de información del contrato de futuros es cero ($E_t(R_f) = 0$), esto es, que el precio del futuro sigue una martingala ($E_t(F_{t+1}) = F_t$)⁴, o que el parámetro que mide la aversión al riesgo tiende a infinito ($\lambda \Rightarrow \infty$), se obtendrá el RCMV óptimo:

$$b_{t-1}^* = \frac{\sigma_{sf,t}}{\sigma_{f,t}^2}
 \tag{4}$$

Esta expresión coincide con la H_{MCO} excepto que los momentos incondicionales son reemplazados por momentos condicionales, de forma que el RCMV cambiará con la llegada de nueva información al mercado. Este modelo condicional será el mismo que el modelo tradicional si la distribución conjunta de los precios de contado y futuro es constante en el tiempo. Para estimar b_{t-1} se deberán estimar momentos de segundo orden condicionales al conjunto de información disponible (Ω_{t-1}).

2. BASE DE DATOS

Los datos base referentes al índice IBEX-35 y al contrato de futuros sobre este subyacente, han sido obtenidos de las páginas web que mantienen Sociedad de Bolsas y MEFF-RV, respectivamente, en internet. En concreto, precios diarios de cierre del índice IBEX-35 y de liquidación del contrato de futuros sobre este subyacente, para el periodo temporal comprendido entre 4 de enero de 1993 hasta 30 de diciembre de 1997. A pesar que el contrato de futuros sobre el IBEX-35 co-

(4) Ver al respecto, Heaney y Poitras (1991), Beninga *et al.* (1983, 1984) y Anderson y Danthine. (1980, 1981).

mienza a negociarse el 14 de enero de 1992 hemos creído conveniente comenzar nuestro estudio a partir del año 1993 para evitar posibles distorsiones que pudieran haberse producido durante los primeros meses de vida del mercado. Las series de rendimientos diarias han sido calculadas como la diferencia entre el logaritmo neperiano de los precios de cierre entre dos sesiones consecutivas ($R_{i,t} = \log(P_{i,t}/P_{i,t-1}) \forall i = s, f$). La serie de precios de futuro se ha construido utilizando el contrato más cercano a vencimiento.

Destacar que existe una diferencia temporal entre los precios de cierre del índice y los de liquidación del futuro⁵. Este aspecto es importante si se pretende estudiar la causalidad de un mercado sobre otro, tanto en rendimientos como en volatilidades. En nuestro trabajo, tal y como ya hemos destacado en la sección anterior, el objetivo no es éste, sino estimar el RCMV y estudiar la efectividad de la cobertura de un inversor que mantiene una posición al contado que replica el comportamiento del índice IBEX-35 y utiliza para cubrirse contratos de futuro sobre este subyacente considerando horizontes temporales de inversión diarios. Desde este punto de vista, el precio relevante es el de liquidación diario o a vencimiento realmente utilizado por la cámara de compensación para determinar la liquidación diaria de pérdidas y ganancias.

Antes de pasar a exponer cual es la modelización utilizada, tanto de los momentos de primer como de segundo orden condicionales, debemos destacar que se han realizado diversos tests tanto sobre las series de precios como de los rendimientos de los mercados de contado y futuro⁶. Los tests de raíces unitarias [Dickey y Fuller Aumentado y Kwiatkowski *et al.* (1992)] conducen a aceptar que ambas series de precio son integrables de orden uno (I(1)). Para contrastar la existencia de relaciones de cointegración se ha utilizado la metodología seguida por Johansen (1988) y Johansen y Juselius (1990, 1992), obteniéndose que ambas series están cointegradas. Se han detectado problemas de autocorrelación en la serie de rendimientos de contado; no así en la de futuros. Los resultados de los estadísticos Ljung-Box (sobre las series de rendimiento al cuadrado) y multiplicadores de Lagrange de Engle (1982) muestran la existencia de problemas de heterocedasticidad en ambas series. Por otra parte, el test de Engle y Ng (1993), delata la existencia de una respuesta asimétrica de la volatilidad frente a la llegada de información al mercado. Tal y como se desprende del test de Bera-Jarque (1982) se rechaza la hipótesis nula que los rendimientos se distribuyan como una normal⁷. Finalmente, destacar que se ha estudiado, para ambos mercados, la posible existencia de un efecto lunes y de efectos estacionales diarios que pudieran distorsionar las conclusiones finales del trabajo. Los resultados de estos contrastes no per-

(5) El precio de liquidación diario del contrato de futuros, para el periodo estudiado, se determina como la media aritmética entre el mejor precio de compra y de venta al cierre del mercado cada día. Por otra parte este mismo precio pero en la fecha de vencimiento se determina como la media aritmética de los precios del índice IBEX-35 entre las 16:15 y 16:45 horas, tomando un valor por minuto.

(6) Los resultados de estos test no se recogen en el trabajo, no obstante se pondrán a disposición de toda persona que esté interesada previa petición.

(7) Gonzalo (1994) y Lee y Tse (1996) demuestran que la metodología de Johansen y Juselius es robusta a problemas de normalidad y presencia de heterocedasticidad, respectivamente.

miten rechazar la hipótesis nula de ausencia de estacionalidad, coincidiendo con los resultados de Peiró (1994 a, b), Peña (1995) y Corredor y Santamaría (1996), para el índice general de la Bolsa de Madrid y con los de Corredor *et al.* (1997) y Pardo (1998) sobre el índice IBEX-35.

3. MODELIZACIÓN MOMENTOS CONDICIONALES

Basándonos en los trabajos de Myers (1991), Kroner y Sultan (1991, 1993) y Park y Switzer (1995 a, b) proponemos un modelo GARCH Bivariante con corrección de error. La existencia de relaciones de cointegración entre las series de precio de contado y de futuro del índice bursátil IBEX-35, tal como se ha recogido en el apartado anterior, nos ha motivado a utilizar esta modelización, que nos permite representar los momentos de primer orden condicionales considerando los desequilibrios respecto a la senda del largo plazo. La no inclusión de este término provocará [Lien (1996)] infraestimaciones del verdadero valor del RCMV. Por otra parte, la modelización de los momentos de segundo orden utilizando modelos GARCH nos posibilitará estimar RCMV que variarán con la llegada de nueva información y, de esta forma, poder recoger la regularidad que se ha venido demostrando en diferentes trabajos empíricos de la inestabilidad del RCMV [Grammatikos y Saunders (1983), Figlewski (1984) y Malliaris y Urrutia (1991 a, b)].

La expresión 5 recoge los momentos de primer orden expresados de acuerdo con un modelo Bivariante con corrección de error [Engle y Granger (1987)⁸]. Esta expresión permitiría analizar las relaciones de causalidad existentes entre los mercados de contado y futuro sobre el índice IBEX-35⁹.

$$R_{s,t} = A_0 + A_1 R_{s,t-1} + A_2 R_{f,t-1} + A_3 (TCE_{t-1}) + e_{s,t} \quad [5]$$

$$R_{f,t} = B_0 + B_1 R_{f,t-1} + B_2 R_{s,t-1} + B_3 (TCE_{t-1}) + e_{f,t}$$

$$\begin{bmatrix} e_{s,t} \\ e_{f,t} \end{bmatrix} \Big| \Omega_{t-1} \approx N(0, H_t) \quad [6]$$

Donde: $R_{s,t}$, $R_{f,t}$ son la diferencia en el logaritmo de los precios al contado y futuro entre los días $t - 1$ y t ; TCE son los residuos desfasados un periodo obtenidos al estimar la relación de largo plazo entre el logaritmo de los precios de contado y futuro.

(8) La elección del modelo estimado se ha realizado, en primer lugar, considerando la significatividad individual de las variables, y en segundo lugar, de acuerdo a los resultados obtenidos con diversos criterios de selección de modelos (Akaike, Akaike Corregido, Schwartz, Hanann Quinn). Por otra parte, el TCE es introducido en dos pasos con objeto de reducir el número de parámetros a estimar, no obstante, los resultados que se obtienen al estimarlo directamente no varían de forma significativa.

(9) A este respecto véanse, entre otros para el mercado español, los trabajos de: Blanco (1998), Caballero y Novales (1995) y Climent y Pardo (2000).

Suponemos que los residuos $(e_{s,t}, e_{f,t})$ siguen una distribución normal bivalente con media cero y varianza H_t , donde Ω_{t-1} es el conjunto de información en $t - 1$.

Para modelizar los momentos condicionales de segundo orden, se han utilizado dos expresiones de la matriz de varianzas-covarianzas. En la primera de éstas se supone que el coeficiente de correlación entre los rendimientos de contado y futuro es constante. En segundo lugar, se relaja este supuesto utilizando para ello el modelo BEKK [Engle y Kroner (1995)].

3.1. Coeficiente de correlación constante

La ecuación 7 muestra la estructura de la matriz de varianzas condicional bivalente con correlación constante (ρ) [Bollerslev (1990), Kroner y Sultan (1991, 1993), Park y Switzer (1995 a, b)], mientras que la 8 y 9 recogen los momentos de segundo orden de acuerdo al modelo E-GARCH(1,1) y GJR-GARCH(1,1), que nos permitirá incorporar la existencia de respuestas asimétricas de la volatilidad, y donde también se han incluido las innovaciones al cuadrado cruzadas y desfasadas un periodo con objeto de estudiar la transmisión de volatilidad entre ambos mercados¹⁰.

$$H_t = \begin{bmatrix} h_{ss,t} & h_{sf,t} \\ h_{sf,t} & h_{ff,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{h_{ss,t}} & 0 \\ 0 & \sqrt{h_{ff,t}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{h_{ss,t}} & 0 \\ 0 & \sqrt{h_{ff,t}} \end{bmatrix} \quad [7]$$

$$\left. \begin{aligned} \log h_{ss,t} &= VC_s + VA_s \log h_{ss,t-1} + VB_s G_{ss,t-1} + VD_s G_{ff,t-1} \\ \log h_{ff,t} &= VC_f + VA_f \log h_{ff,t-1} + VB_f G_{ff,t-1} + VD_f G_{ss,t-1} \end{aligned} \right\} [8]$$

Donde: $G_{ii,t-1} = \left[\left| \frac{e_{ii,t-1}}{h_{ii,t-1}} \right| - \left[\frac{2}{\pi} \right]^{0.5} - VE_i \frac{e_{ii,t-1}}{h_{ii,t-1}} \right] \nabla i = s \text{ ó } f$

$$\left. \begin{aligned} h_{ss,t} &= VC_s + VB_s e_{s,t-1}^2 + VA_s h_{ss,t-1} + VE0_s S_{s,t-1}^- e_{s,t-1}^2 + VD_s e_{f,t-1}^2 + VE1_s S_{f,t-1}^- e_{f,t-1}^2 \\ h_{ff,t} &= VC_f + VB_f e_{f,t-1}^2 + VA_f h_{ff,t-1} + VE0_f S_{f,t-1}^- e_{f,t-1}^2 + VD_f e_{s,t-1}^2 + VE1_f S_{s,t-1}^- e_{s,t-1}^2 \end{aligned} \right\} [9]$$

Donde: $S_{i,t-1}^- = 1$ si $e_{i,t-1} < 0$, y $S_{i,t-1}^- = 0$ en otro caso, $\nabla i = s \text{ ó } f$.

Donde: VC_i son las constantes de la matriz de covarianzas condicional; VB_i parámetros de los residuos al cuadrado retardados un periodo; VA_i son los parámetros de la varianza condicional retardadas un periodo; VD_i parámetro que nos

(10) La teoría de transmisión de volatilidad entre mercados internacionales es introducida en primer lugar por Engle *et al.* (1990), bajo el nombre de “meteor showers”. Desde la aparición de este trabajo, son numerosos los trabajos que estudian este aspecto. Véase, por ejemplo: Koutmos y Tucker (1995), Tse (1998), Karolyi (1995) y Peña (1992).

mide la transmisión de volatilidad entre los mercados; VE_i parámetro que recoge la respuesta asimétrica de la volatilidad en el modelo EGARCH; $VE0_i$ y $VE1_i$ parámetros que recogen los efectos asimétricos directos y cruzados para el modelo GJR-GARCH, respectivamente; ρ coeficiente de correlación constante entre los rendimientos de ambos mercados.

3.2. Modelo BEKK

Baba *et al.* (1990) (BEKK), proponen la parametrización de la matriz de covarianzas, de acuerdo con la expresión [10]. En este caso, se obtendrá una matriz de covarianzas definida positiva sin necesidad de imponer ninguna restricción de negatividad sobre los parámetros, y adicionalmente, posibilita relajar la hipótesis que se mantenía en la anterior modelización respecto a la constancia del coeficiente de correlación. De forma general este modelo presenta la siguiente estructura:

$$H_t = VC + \sum_{i=1}^q VA_i' e_{t-i} e_{t-i}' VA_i + \sum_{i=1}^p VB_i' H_{t-i} VB_i \quad [10]$$

Donde: VC, VAI y VBi, son matrices nxn de parámetros a estimar. Si VC es definida positiva, también lo será H_t .

En nuestro trabajo se ha reducido el modelo al caso particular Bivariante para $p = 1$ y $q = 1$, donde, se ha incluido una matriz adicional ($u_{i,t} = \text{Min}(0, e_{i,t}) \forall i = s, f$) [Gagnon y Lypny (1995), Kroner y Ng (1998)], para incorporar el comportamiento asimétrico de la volatilidad ante noticias de diferente signo. VD, son los parámetros que recogerán esta respuesta asimétrica. El modelo completo que se ha utilizado, se recoge en la expresión [11]:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} h_{ss,t} & h_{sf,t} \\ h_{sf,t} & h_{ff,t} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} VC_{11} & VC_{12} \\ VC_{12} & VC_{22} \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} VA_{11} & VA_{12} \\ VA_{21} & VA_{22} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} e_{ss,t-1}^2 & e_{ss,t-1} e_{ff,t-1} \\ e_{ss,t-1} e_{ff,t-1} & e_{ff,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} VA_{11} & VA_{12} \\ VA_{21} & VA_{22} \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} VB_{11} & VB_{12} \\ VB_{21} & VB_{22} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} h_{ss,t-1} & h_{sf,t-1} \\ h_{sf,t-1} & h_{ff,t-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} VB_{11} & VB_{12} \\ VB_{21} & VB_{22} \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} VD_{11} & VD_{12} \\ VD_{21} & VD_{22} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} u_{ss,t-1}^2 & u_{ss,t-1} u_{ff,t-1} \\ u_{ss,t-1} u_{ff,t-1} & u_{ff,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} VD_{11} & VD_{12} \\ VD_{21} & VD_{22} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad [11]$$

Con independencia de la modelización de los momentos condicionales, y bajo el supuesto de Normalidad de las perturbaciones ($e_{s,t}$, $e_{f,t}$), el logaritmo de la función de verosimilitud, para una muestra de T observaciones, vendrá represen-

tado por la expresión [12], donde Θ es conjunto de todos los parámetros a estimar tanto de la media como de la varianza condicional:

$$L(\Theta) = -T \log 2\pi - 0.5 \sum_{t=1}^T \log |H_t(\Theta)| - 0.5 \sum_{t=1}^T e_t(\Theta)' H_t^{-1} e_t(\Theta) \quad [12]$$

La estimación del conjunto de parámetros (Θ), ha sido realizada a través del algoritmo de optimización propuesto por Berndt *et al.* (1974).

4. RESULTADOS ESTIMACIÓN MODELOS PROPUESTOS

En este apartado se recogen las estimaciones de los parámetros de las ecuaciones para los diferentes modelos econométricos propuestos, así como diferentes tests aplicados sobre los residuos estimados para contrastar la idoneidad de las modelizaciones de los momentos condicionales que se proponen, también recogemos una representación gráfica de los RCMV obtenidos y el estudio de la estacionariedad de la serie temporal formado por éstos.

El cuadro 1 recoge las estimaciones de los parámetros de los momentos de primer y segundo orden, para las cinco aproximaciones consideradas: el modelo tradicional (H_{MCO}), modelo tradicional incluyendo las relaciones de cointegración (H_{MCE}) y finalmente los modelos GJR-GARCH (H_{GJRGA}), E-GARCH (H_{EGAR}) y BEKK (H_{BEKK}) bivariantes incluyendo el TCE. Las estimaciones del modelo tradicional, recogidas en la columna H_{MCO} , se han realizado imponiendo sobre el modelo condicional, H_{GJRGA} , las siguientes restricciones: $H_{01}: (A_3 = B_3 = VB_i = VA_i = VD_i = VE0_i = VE1_i = 0)$. Con posterioridad se ha estimado el modelo donde se incluye el TCE, imponiendo la restricción $H_{02}: (VB_i = VA_i = VD_i = VE0_i = VE1_i = 0)$. El mismo resultado se obtendría si sobre el modelo H_{BEKK} se impone que $(A_3 = B_3 = VB_{ij} = VA_{ij} = VD_{ij} = 0)$, para el caso $HMCO$, y $(VB_{ij} = VA_{ij} = VD_{ij} = 0)$ para el $HMCE$.

Las interpretaciones que pudieran derivarse del análisis de los resultados obtenidos en la estimación de los parámetros, deben realizarse con cautela debido a las diferencias temporales existentes entre los precios de contado y futuro, ya apuntadas. Tal y como se ha comentado con anterioridad, el objetivo del trabajo no es estudiar la relaciones de causalidad entre ambos mercados. No obstante, creemos interesante destacar un resultado que se obtiene al analizar el efecto de la transmisión de volatilidad entre mercados. Se aprecia, para el modelo GJR-GARCH, que el único parámetro significativo es el que recoge la respuesta asimétrica del mercado de futuros ($VE1_s$) sobre la volatilidad del mercado de contado. En el modelo E-GARCH, se rechaza la no significatividad de los parámetros VD_s y VE_f . Por su parte, en el modelo H_{BEKK} , VD_{21} es significativo. Aunque en este último modelo la interpretación de los coeficientes no se puede realizar de forma directa, los resultados obtenidos, con independencia del modelo considerado, evidencian que son únicamente las innovaciones de carácter negativo (malas noticias) en el mercado de futuro las que tienen una influencia sobre la volatilidad de contado, y no al contrario. Señalar que para el modelo H_{BEKK} también son significativos los efectos cruzados de las varianzas condicionales desfasadas, recogidas

Cuadro 1: ESTIMACIONES PARÁMETROS DIFERENTES MODELOS ECONÓMICOS

	HMCO	HMCE	HGJRG	HE-GAR		HBEKK
A ₀	0,08(2,70)	0,08(2,73)	0,08(2,66)	0,08(2,91)	A ₀	0,08(2,85)
A ₁	-0,40(-7,33)	-0,33(-5,65)	-0,25(-3,55)	-0,28(-4,52)	A ₁	-0,19(-2,63)
A ₂	0,49(8,97)	0,41(6,44)	0,36(5,26)	0,39(6,38)	A ₂	0,28(3,93)
A ₃		-0,17(-2,24)	-0,09(-1,32)	-0,10(-1,46)	A ₃	-0,20(-2,77)
B ₀	0,09(2,59)	0,09(2,50)	0,09(2,60)	0,09(2,83)	B ₀	0,10(2,93)
B ₁	0,06(0,97)	0,17(2,26)	0,11(1,34)	0,15(2,03)	B ₁	0,04(0,49)
B ₂	-0,08(-1,16)	-0,16(-2,20)	-0,06(-0,75)	-0,10(-1,4)	B ₂	-0,01(0,91)
B ₃		0,23(2,532)	0,32(4,03)	0,32(4,15)	B ₃	0,22(2,51)
VC _s	1,07(27,82)	1,07(27,98)	0,10(4,60)	0,002(0,57)	VC ₁₁	0,05(1,22)
VB _s			0,06(2,43)	0,009(0,30)	VC ₂₂	0,05(0,83)
VA _s			0,84(26,51)	0,95(66,16)	VC ₁₂	0,04(0,87)
VD _s			-0,02(-1,16)	0,09(3,00)	VA ₁₁	1,37(12,32)
VE _s				0,05(0,29)	VA ₁₂	0,62(4,64)
VE0 _s			-0,07(-1,81)		VA ₂₁	-0,39(-4,00)
VE1 _s			0,08(2,84)		VA ₂₂	0,44(3,76)
VC _f	1,47(29,14)	1,47(29,21)	0,13(4,35)	0,02(3,21)	VB ₁₁	-0,13(-1,18)
VB _f			0,01(0,39)	0,15(3,93)	VB ₁₂	0,20(1,54)
VA _f			0,85(26,52)	0,94(57,85)	VB ₂₁	0,01(0,081)
VD _f			0,02(0,78)	-0,05(-1,60)	VB ₂₂	-0,27(-2,18)
VE _f				0,25(2,53)	VD ₁₁	-0,26(-1,82)
VE0 _f			0,12(2,75)		VD ₁₂	-0,29(-1,38)
VE1 _f			-0,08(-1,43)		VD ₂₁	0,46(3,98)
ρ			0,95(389,46)	0,95(385,17)	VD ₂₂	0,49(2,86)
cov	1,18(27,72)	1,19(27,83)				
L	-174,92	-80,69	-23,99	-25,95		-8,95

Los valores entre paréntesis, recogen el estadístico T. L es el valor del logaritmo de la Función de Verosimilitud. cov., en los modelos HMCO y HMCE representa la covarianza contado-futuro. El resto de valores ya han sido comentados.

por los parámetros VA_{12} y VA_{21} , lo que nos indica que las volatilidades de los dos mercados vienen explicadas tanto por la propia volatilidad del periodo inmediatamente anterior, como la del otro mercado.

En el cuadro 2 se resumen los resultados obtenidos al aplicar diferentes tests sobre las series de residuos estandarizados ($v_{s,t}, v_{f,t}$; donde: $v_{i,t} = e_{i,t}/h_{i,t}$) estimados para cada modelo dinámico. En concreto, se presentan los tests de Ljung-Box sobre los niveles y sobre el cuadrado de ambas series para contrastar la existencia de problemas de autocorrelación y de heterocedasticidad, así como el test de multiplicadores de Lagrange de Engle (LM(2)). Con objeto de analizar la insesgaredad de las estimaciones de las volatilidades se ha realizado una regresión de las innovaciones al cuadrado, para cada mercado, respecto a una constante (c) y a las estimaciones obtenidas de la volatilidad del rendimiento para el mismo periodo [ver, Pagan y Schwert (1990)]. Si son un buen estimador deberá cumplirse que la constante sea igual a cero ($c = 0$) y que la pendiente de la recta de regresión sea igual a la unidad ($b = 1$). Adicionalmente, si el modelo ajusta bien la estructura dinámica de los cuadrados de la serie, los residuos no deben presentar autocorrelación. Finalmente, también se presenta, el test de Engle y Ng (1993)¹¹ para detectar si se ha realizado una mala especificación de las varianzas condicionales.

En el gráfico 1 se representan los valores estimados del RCMV con los modelos constantes y con los condicionales en los que se ha supuesto constancia del coeficiente de correlación, mientras que en el gráfico 2 se presentan las estimaciones obtenidas con el modelo BEKK. Creemos importante destacar dos aspectos. En primer lugar, que los valores del RCMV estimados con los modelos H_{MCO} y H_{MCE} son 0,802 y 0,809, respectivamente. Las diferencias, a pesar de no ser apreciables, coinciden con los resultados apuntados por Lien (1996) y obtenidos en diversos trabajos empíricos¹² que versan sobre la estimación del RCMV con contratos de futuros sobre índices bursátiles: infraestimación del RCMV al no considerar las relaciones de cointegración.

Por otra parte, los RCMV estimados con los tres modelos condicionales (H_{GJRGGA} , H_{EGA} y H_{BEKK}) no son constantes y varían temporalmente con la llegada de nueva información. En el cuadro 3 se recogen los valores promedio, mínimos y máximos de las tres series de RCMV estimados con estos modelos. La visualización de éstas (gráficos 1 y 2) parece indicar que son estacionarias, y que si bien fluctúan, siempre lo hacen entorno a un valor medio. Con objeto de profundizar en el estudio de la estacionariedad hemos aplicado el test de raíces unitarias de DFA. Los resultados, incluidos también en el cuadro 3, llevan a rechazar la hipótesis nula de existencia de una raíz unitaria, por lo que aceptamos que son estacionarias.

(11) En este caso solo se han presentado los resultados del contraste conjunto.

(12) Véase, Ghosh (1993) y Park y Switzer (1995 a,b), entre otros.

Cuadro 2: DIAGNOSIS MODELOS CONDICIONALES

	CONTADO			FUTURO		
	HBEKK	GJRGAR	E-GARC	HBEKK	GJRGAR	EGARC
Media	-0,0046	0,00678	-0,00213	-0,01	-0,00138	-0,0038
Asimetría	-0,23	-0,20	-0,17	-0,31	-0,29	-0,25
Curtosis	2,23	2,33	2,26	2,32	2,32	2,19
B-J	267,43	252,00	270,10	297,40	278,54	261,77
Q(30)	23,50 (0,79)	24,83 (0,73)	24,70 (0,74)	31,36 (0,40)	33,39 (0,31)	33,30 (0,31)
Q2(30)	14,31 (0,99)	12,80 (0,99)	13,79 (0,99)	10,96 (0,99)	11,41 (0,99)	13,40 (0,99)
LM(2)	1,04 (0,59)	1,63 (0,20)	1,57 (0,46)	1,36 (0,50)	1,79 (0,41)	2,74 (0,25)
CONTRASTE AJUSTE MODELOS						
H0(c = 0, β = 1)	0,08 (0,92)	0,97 (0,34)	3,188 (0,04)	0,57 (0,57)	0,23 (0,79)	1,98 (0,14)
Q(30)	42,20 (0,07)	32,48 (0,34)	33,46 (0,30)	39,86 (0,11)	38,42 (0,14)	37,16 (0,17)
WALD	0,68 (0,56)	0,86 (0,46)	0,94 (0,42)	0,49 (0,68)	0,47 (0,70)	0,52 (0,67)

En el cuadro se recogen los valores de los estadísticos ASIM., CURT., Q(30), Q2(30), LM(2) y el test de normalidad de B-J, obtenidos para los residuos estandarizados estimados ($\epsilon_{i,t}/h_{i,t}$; $i = s,t$). En la segunda parte del cuadro, siguiendo a Pagan y Schwert (1990), se presentan los resultados de contrastar la H_0 ; $c = 0$, $b = 1$ sobre la regresión: $\epsilon_t^2 = c + bh_t^2 + e_t$; donde: ϵ_t^2 y σ_t^2 son las innovaciones y varianzas estimadas con los modelos condicionales considerados. Si el modelo ajusta bien, los residuos de la anterior regresión no deben presentar problemas de autocorrelación. Para confirmar este aspecto se presenta el test de Ljung-Box (Q(30)). En la última fila, se recoge el test de asimetría conjunto de Engle y Ng (1993).

Entre paréntesis aparecen los niveles de significación crítico.

Cuadro 3: CARACTERÍSTICAS RCMV ESTIMADOS CON MODELOS CONDICIONALES

	Estadísticos descriptivos			Raíces unitarias
	Prom.	Máx.	Mín.	DFA
$H_{GJRG A}$	0,8085	0,981	0,732	-7,936
$H_{E G A}$	0,8082	0,901	0,720	-6,561
$H_{B E K K}$	0,8093	0,980	0,679	-15,097
Valores críticos de Mackinon			1%	-3,438

El cuadro recoge los valores promedio, máximos y mínimos de los *ratios* de cobertura estimados con modelos condicionales. También se recoge el test de DFA para contrastar el orden de integridad de ambas series.

Gráfico 1: REPRESENTACIÓN RCMV OBTENIDOS CON MODELOS MCO, MCE, $H_{GJRG A}$ (CNORMAL), $H_{E G A}$ (ENORMAL)

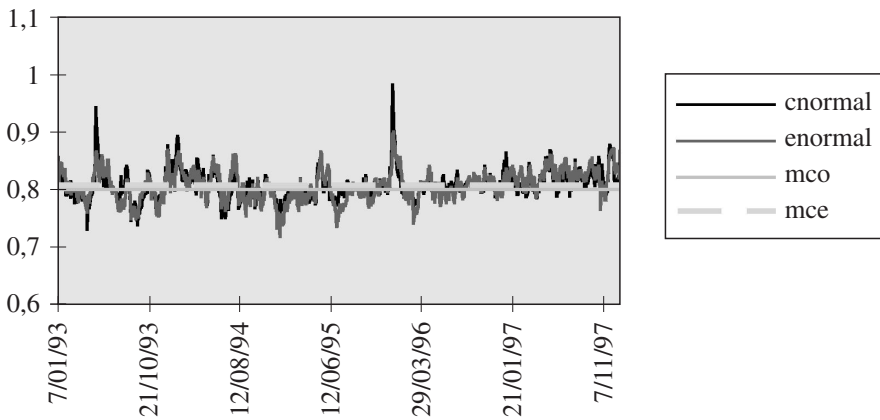
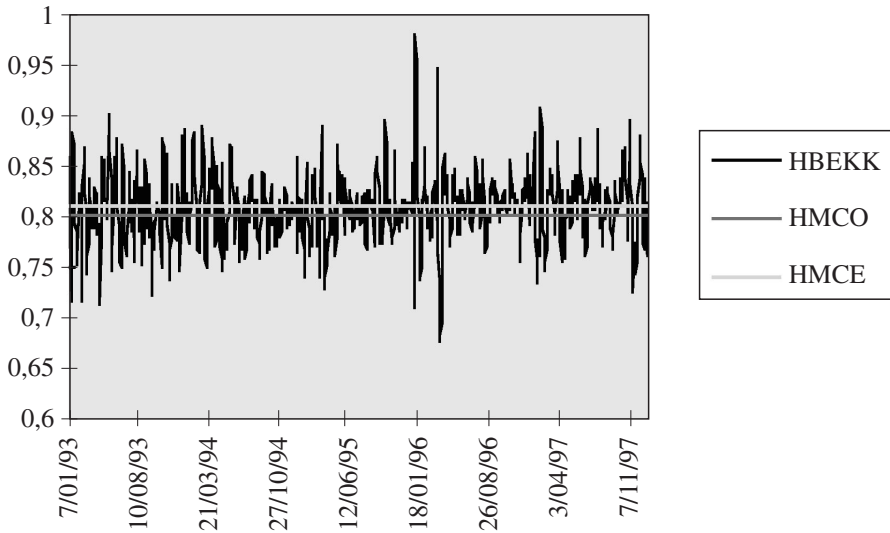


Gráfico 2: REPRESENTACIÓN RCMV OBTENIDOS
CON MODELOS MCO, MCE, H_{BEKK}



5. EFECTIVIDAD DE LOS DIFERENTES MODELOS PROPUESTOS

De acuerdo con los resultados obtenidos y comentados con anterioridad es evidente que las dos modelizaciones en las que se han considerado momentos condicionales tienen mejores propiedades desde el punto de vista estadístico. No obstante, desde el punto de vista del coberturista lo importante es cuál proporciona una mayor efectividad.

Existen varias expresiones¹³ para medir la efectividad de la cobertura con contratos de futuro. Tradicionalmente, la más utilizada es aquella que mide la reducción de la varianza de la cartera cubierta respecto a la posición al contado únicamente [Kroner y Sultan (1993), Gagnon y Lypny (1995)]. De acuerdo con la expresión 13, se ha estimado la varianza del rendimiento de la cartera cubierta, donde b_{t-1} es el RCMV utilizado entre “ $t - 1$ ” y “ t ” para cada uno de los modelos

(13) Ederington (1979), Chang y Fang (1990), Howard y D’Antonio (1984, 1987), Chang y Shanker (1986) y Hsin *et al.* (1994), entre otros.

econométricos considerados. Cuanto más bajo sea el valor de esta expresión más efectiva será la cobertura realizada.

$$\text{VAR}(R_{s,t} - b_{t-1} R_{f,t}) \tag{13}$$

El análisis de la efectividad se ha realizado considerando dos supuestos. En primer lugar, que el inversor conoce para cada periodo el valor del RCMV obtenido. Esto es, se estiman los RCMV¹⁴ para toda la muestra considerada, para con posterioridad sustituirlos en la expresión 13. Se realiza lo que, tradicionalmente, se conoce como análisis ex-post.

En el cuadro 4 se recogen los resultados de seguir esta estrategia para los modelos anteriormente señalados, así como los de la aproximación “Ingenua” ($b_{t-1} = 1$) y no realizar cobertura ($b_{t-1} = 0$). Se recoge el porcentaje de mejora en la efectividad de la cobertura del modelo H_{EGAR} respecto al resto, evidenciándose que la disminución del riesgo respecto a la posición ingenua, y sobre todo a la no cobertura, es importante, no obteniéndose una mejora apreciable respecto al resto de aproximaciones.

Cuadro 4: COMPARACIÓN EX-POST EFECTIVIDAD
DIFERENTES APROXIMACIONES (4/1/93-30/12/97)

	H _{GJRGA}	H _{EGAR}	H _{BEKK}	H _{MCE}	H _{MCO}	Ingenua	No-Cob
Var($R_{s,t} - b_{t-1} R_{f,t}$)	2,98	2,97	3,00	2,99	2,99	3,88	18,21
Reducción varianza en % del modelo HEGAR respecto a:							
H _{GJRGA}							0,33%
H _{BEKK}							0,78%
H _{MCE}							0,67%
H _{MCO}							0,67%
Ingenua							23,45%
No-Cob							83,36%

El cuadro recoge los resultados de estimar la efectividad de la cobertura de las diferentes aproximaciones. La varianza del rendimiento de la cartera se estima sustituyendo los valores estimados de b_{t-1} en la expresión: $\text{Var}(R_{s,t} - b_{t-1} R_{f,t})$. La reducción de la varianza se calcula como: $(\sigma_i^2 - \sigma_{\text{Hegar}}^2) / \sigma_i^2$, donde i representa el resto de aproximaciones.

La anterior forma de analizar la efectividad se aleja de la realidad a la que se enfrenta un coberturista, ya que se está asumiendo que el inversor conoce de antemano el *ratio* de cobertura óptimo. Sin embargo, lo que realmente le interesa no

(14) Evidentemente, el valor del RCMV para los modelos donde se consideran momentos de segundo orden constantes serán constantes.

es conocer lo bien que lo hubiera hecho en el pasado de haber seguido esa estrategia, sino cuál debe utilizar en el futuro. Desde este punto de vista, parece más adecuado realizar un análisis *ex-ante*, de forma que se intente predecir los valores futuros del RCMV de acuerdo a las estimaciones obtenidas en periodos anteriores. Para llevar a cabo este planteamiento, se ha dividido la muestra objeto de estudio en dos partes. La primera de éstas, formada por las 991 primeras observaciones se destina a la estimación del modelo. Con posterioridad se sigue un procedimiento de ventanas móviles, eliminando el primer dato y añadiendo uno adicional, manteniendo la longitud del periodo de estimación. Esta operación se repite hasta el final de la muestra (30-12-1997).

Existe un aspecto que creemos es de vital importancia en coberturas de carácter dinámico. El continuo ajuste del RCMV frente a la llegada de nueva información al mercado provocará que el agente inversor incurra en unos costes derivados de variar su posición en futuros que pueden no compensarle por la disminución del riesgo que alcanza al realizar esta cobertura dinámica. Para analizar este aspecto, se ha estudiado si el continuado ajuste de la posición en el mercado de futuros, considerando los costes de transacción que este hecho conlleva, suponen una mejora en el nivel de utilidad del inversor respecto a la situación de no modificarla. Se ha definido, con tal objetivo, la función de utilidad esperada del agente como: $EU(R_p) = E(R_p) - \lambda \text{var}(R_p)$, donde λ es el parámetro que mide la aversión al riesgo (se ha supuesto un valor de 4¹⁵), y adicionalmente, se ha supuesto que el rendimiento de la cartera es igual a cero.

De esta forma, el inversor solo alterará su cartera si el incremento en su utilidad esperada es lo suficientemente elevada para compensarle por los costes de transacción en los que incurre. Si ajusta su cartera, el nivel de utilidad que obtendrá será: $-y - 4\text{var}(R_p)$, donde “y” representa la reducción en su rendimiento debido a los costes de transacción a los que se enfrenta. El proceso que se sigue para decidir en cada momento si se lleva a cabo un ajuste del *ratio* de cobertura será comparar su función de utilidad suponiendo que ajusta su posición en futuros frente a la que obtendría si no la ajustase y decidiendo llevar a cabo la estrategia que le reporte un mayor nivel de utilidad. En definitiva, el agente decidirá ajustar su cartera si:

$$-y - \lambda(h_{s,t} - 2 * b_t * h_{sf,t} + h_{f,t} b_t^2) > -\lambda(h_{s,t} - 2 * \tilde{b}_t * h_{sf,t} + h_{f,t} \tilde{b}_t^2) \quad [14]$$

Donde: b_t es la predicción del *ratio* de cobertura óptimo realizado en el periodo inmediatamente anterior; \tilde{b}_t es el *ratio* de cobertura aplicado en el último periodo donde la mejora de utilidad que reportaba el ajuste del *ratio* de cobertura compensaba los costes de transacción.

En el análisis *ex-ante* que se propone se considerará el proceso anterior; el inversor ajustará cada día su posición en futuros si el incremento de utilidad esperado compensa los costes de transacción en los que incurre. Si no se da esta situa-

(15) Estos supuestos son los mismos que los realizados en trabajos donde se estudia este mismo aspecto, en concreto: Kroner y Sultan (1991, 1993), Park y Switzer (1995 a, b), Torro y Navarro (1998) y Gagnon y Lipny (1995).

ción se mantendrá el *ratio* de cobertura del último periodo donde se produjo un ajuste. Este razonamiento se sigue para los 247 días del periodo analizado (la totalidad del año 1997). Los resultados se recogen en el cuadro 5.

Con objeto de desagregar más la información, ésta se ha dividido diferenciando los meses del año. Los resultados evidencian que los modelos condicionales no proporcionan un mayor nivel de utilidad para todos los meses del año considerado. Así con los modelos H_{BEKK} y H_{GJRGGA} se obtiene una mejora en el nivel de utilidad esperado respecto al modelo H_{MCE} en 8 meses (enero, febrero, marzo, abril, mayo, junio, septiembre, diciembre), mientras que con la utilización del modelo H_{EGAR} esta mejora solo se produce en 6 meses (enero, febrero, marzo, abril, mayo, septiembre). Destacar, que el número de ajustes en la posición de futuros, independientemente del valor que se asuma para los costes de transacción, es mayor con el modelo condicional H_{BEKK} (41, 41 y 34, para costes de transacción 0,3%, 0,35% y 0,4%, respectivamente) que con el H_{GJRGGA} (32, 30 y 25) o H_{EGAR} (15, 13, 13), y evidentemente mayor que los que se producen con H_{MCE} (1,1,1)¹⁶.

Destacar las diferencias que se obtienen en el nivel de utilidad, entre los modelos condicionales y el estático, para los meses de julio-agosto y octubre-noviembre. En el primer periodo se engloba el proceso de corrección y ajustes que se producen en la bolsa española a partir del máximo alcanzado el 7 de julio, mientras que el segundo tienen lugar, como aspectos más destacados, las crisis asiáticas (Hong Kong y Japón). Este resultado, muestra claramente que las predicciones de los modelos dinámicos son sensibles a valores u observaciones extremas [Franses y Dijk (1996)], siendo este aspecto más destacado en el modelo E-GARCH.

Si no se consideran los anteriores meses, los niveles de utilidad que se alcanzan con los modelos condicionales claramente superan los obtenidos con el modelo estático considerado. Este aspecto pone de manifiesto que la realización de coberturas dinámicas en momentos del tiempo de relativa calma, mejora la utilidad del inversor. Sin embargo, de acuerdo con los resultados obtenidos, esta situación no se mantiene para periodos de alta inestabilidad. Este hecho, podría parecer, un tanto contra intuitivo, ya que es en esos momentos donde parece tener más sentido la realización de coberturas dinámicas que permita ajustar la composición de la cartera frente a la cambiante información que se produce en los mercados financieros.

Sin embargo, estos resultados creemos que se deben a que las predicciones de la matriz de covarianzas obtenidas con el modelo estático (MCE), no son correctas y no recogen adecuadamente los aumentos de volatilidad que se producen en esos periodos.

(16) Con la finalidad de estudiar la sensibilidad de las conclusiones respecto a la elección del valor del parámetro de aversión al riesgo, el anterior estudio se ha realizado para diferentes valores de dicho parámetro. Destacar que el número de ajustes viables desde un punto de vista económico aumentan al incrementar el valor del parámetro que recoge el grado de aversión al riesgo y al disminuir los costes de transacción. Por ejemplo, para el modelo H_{BEKK} y suponiendo un valor de $\lambda = 3$ el número de ajustes que se obtienen son de 34, 27 y 29; para $\lambda = 5$, 46, 41 y 41, considerando unos costes de transacción de 0,3%, 0,35% y 0,4%, respectivamente. Con objeto reducir la cuantía de información, estos resultados no se presentan en el trabajo. No obstante, los autores los pondrán a disposición de los interesados previa petición de los mismos.

**Cuadro 5: COMPARACIÓN EX-ANTE ESTUDIO VIABILIDAD ECONÓMICA MODELOS CONDICIONALES
Y TRADICIONAL INCORPORANDO RELACIONES DE COINTEGRACIÓN (2/1/97-30/12/97)**

mes	HGJRG			HEGAR			HBEKK			HMCE		
	0,3%	0,35%	0,4%	0,3%	0,35%	0,4%	0,3%	0,35%	0,4%	0,3%	0,35%	0,4%
1	-8,09 (6)	-8,10 (5)	-8,11 (4)	-7,91 (1)	-7,91 (1)	-7,91 (1)	-6,85 (0)	-6,88 (0)	-6,88 (0)	-8,12	-8,12	-8,12
2	-6,15 (0)	-6,15 (0)	-6,15 (0)	-6,62 (1)	-6,62 (1)	-6,62 (1)	-5,98 (2)	-5,98 (2)	-5,99 (2)	-8,41	-8,41	-8,41
3	-7,16 (2)	-7,16 (2)	-7,17 (1)	-7,08 (2)	-7,08 (1)	-7,08 (1)	-6,50 (2)	-6,50 (2)	-6,51 (1)	-7,92	-7,92	-7,92
4	-7,60 (1)	-7,60 (1)	-7,56 (0)	-8,70 (1)	-8,67 (0)	-8,67 (0)	-7,03 (2)	-7,40 (0)	-7,03 (2)	-9,04	-9,04	-9,04
5	-6,32 (2)	-6,29 (1)	-6,30 (1)	-6,36 (2)	-6,36 (2)	-6,37 (2)	-5,98 (2)	-6,00 (4)	-5,98 (1)	-7,65	-7,65	-7,65
6	-8,22 (1)	-8,22 (1)	-8,22 (1)	-8,58 (0)	-8,58 (0)	-8,58 (0)	-7,78 (4)	-7,87 (4)	-7,78 (1)	-8,38	-8,38	-8,38
7	-10,9 (0)	-10,9 (0)	-10,9 (0)	-10,3 (0)	-10,3 (0)	-10,3 (0)	-9,43 (0)	-9,43 (0)	-9,43 (0)	-8,75	-8,75	-8,75
8	-9,00 (3)	-9,00 (3)	-9,00 (3)	-10,4 (2)	-10,4 (2)	-10,4 (2)	-9,56 (2)	-9,57 (2)	-9,57 (2)	-7,95	-7,95	-7,95
9	-5,95 (1)	-5,95 (1)	-5,96 (0)	-7,02 (0)	-7,02 (0)	-7,02 (0)	-5,59 (2)	-5,59 (2)	-5,59 (2)	-8,16 (1)	-8,17	8,17
10	-14,8 (5)	-14,8 (5)	-14,8 (4)	-13,5 (2)	-13,5 (2)	-13,5 (2)	-13,8 (11)	-13,8 (11)	-13,8 (11)	-8,93	-8,95 (1)	-8,95 (1)
11	-13,6 (6)	-13,6 (6)	-13,6 (6)	-12,4 (3)	-12,4 (3)	-12,4 (3)	-13,8 (10)	-13,8 (10)	-13,8 (8)	-7,99	-7,99	-7,99
12	-7,8 (5)	-7,81 (5)	-7,81 (5)	-8,00 (1)	-8,01 (1)	-8,00 (1)	-6,94 (4)	-6,95 (4)	-6,95 (4)	-7,99	-7,99	-7,99
Nº aju.	32	30	25	15	13	13	41	41	34	1	1	1

El cuadro presenta la utilidad total del inversor, desagregada por meses, considerando que ajusta su posición en futuros solo cuando las ganancias potenciales en utilidad derivadas de la reducción de riesgo superan los costes de transacción a los que debe hacer frente. En concreto se asumen tres valores para el coste, 0,3%, 0,35% y 0,4%. Entre paréntesis aparece el número de veces que se realiza un ajuste.

6. CONCLUSIONES

La existencia de heterocedasticidad condicional y de relaciones de cointegración entre las series de contado y futuro sobre el índice bursátil IBEX-35 han sido consideradas para determinar una regla de cobertura dinámica en la que el inversor incorpora la llegada de nueva información al mercado a través de la utilización de un modelo GARCH bivalente, con mecanismo de corrección de error, y en el que se consideran tres modelizaciones alternativas de los momentos condicionales de segundo orden. En dos de éstas se asume que el coeficiente de correlación entre futuro y contado es constante, y en la otra se relaja este supuesto permitiendo que la correlación varíe.

Los modelos de cobertura condicionados o dinámicos representan una mejora respecto al conjunto de modelos alternativos considerados desde el punto de vista de ajuste estadístico, sin embargo, la efectividad que reportan los primeros solo es marginalmente superior desde el punto de vista ex-post, mientras que si se realiza un análisis ex-ante, más acorde con el posible comportamiento decisor del inversor, los resultados muestran que esta mejoría solo se alcanza en meses en los que no existe una gran inestabilidad y la volatilidad no ha sido excesivamente elevada en los mercados financieros. A pesar de este resultado, destaca el hecho que es en los meses de mayor volatilidad (julio-agosto y octubre-noviembre) donde los ajustes del valor del RCMV, viables desde un punto de vista económico, se producen en mayor número. Este resultado se manifiesta con mayor intensidad cuando se modelizan los momentos de segundo orden sin imponer que el coeficiente de correlación entre ambos mercados sea constante.

Considerando los objetivos que se buscan al iniciar una determinada política de cobertura, es en periodos de relativa estabilidad donde la realización de ésta parece tener menos sentido. A priori, un inversor decidirá llevar a cabo una estrategia de cobertura si espera un periodo de inestabilidad que pueda afectar a sus inversiones. Es en estos momentos, donde cabría esperar que el ajuste del *ratio* de cobertura a la llegada de noticias al mercado mejorase los resultados que se obtienen con una cobertura estática. No obstante, la mejora de los modelos condicionales respecto a los estáticos, recogidos en el nivel de utilidad, se produce de forma sistemática, únicamente en los meses de reducida inestabilidad. Este resultado, creemos que se produce, ya que el modelo estático no predice de forma adecuada el incremento de la volatilidad que se produce en ambos mercados en periodos de alta inestabilidad.



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alonso, F. (1995): “La modelización de la volatilidad del mercado bursátil español”, *Documento de Trabajo*, n.º 9507, Servicio de Estudios, Banco de España.
- Alonso, F. y F. Restoy (1995): “La remuneración de la volatilidad en el mercado español de renta variable”, *Documento de Trabajo*, n.º 9508, Servicio de Estudios, Banco de España.

- Anderson, R. y J.P. Danthine (1980): "Hedging and joint production: theory and illustrations", *The Journal of Finance*, 5, págs. 487-501.
- Anderson, R. y J.P. Danthine (1981): "Cross hedging". *Journal of Political Economy*, vol. 89, n.º 61, págs. 1182-1196.
- Ayuso, J., S. Núñez y M. Pérez (1996): "Volatility in Spanish financial markets: the recent experience", *Documento de Trabajo*, n.º 9601, Servicio de Estudios, Banco de España.
- Baba, Y., R.F. Engle, D.F. Kraft y K.F. Kroner (1990): "Multivariate simultaneous generalized ARCH", *Mimeo, Department of Economics*, University of California, San Diego.
- Baillie, R.T. y R.J. Myers (1991): "Bivariate GARCH estimation of the optimal commodity futures hedge", *Journal of Applied Econometrics*, 6, págs.109-124.
- Beninga, S., R. Eldor y I. Zilcha (1983): "Optimal hedging in the futures market under price uncertainty", *Economics Letters*, 13, págs.141-145.
- Beninga, S., R. Eldor y I. Zilcha (1984): "The optimal hedge ratio in unbiased futures markets". *The Journal of Futures Markets*, vol. 4, n.º 2, págs.155-159.
- Bera, A.K. y C. Jarque (1982): "Model specification tests: A simultaneous approach", *Journal of Econometrics*, 20, págs. 59-82.
- Bera, A. y M. Higgins (1993): "ARCH models: Properties, estimation and testing", *Journal of economics surveys*, vol. 7, n.º 4, págs. 305-366.
- Berndt, E.K., B.H. Hall, R.E. Hall y J.A. Hausman (1974): "Estimation and inference in Non-Linear structural models", *Annals of Economic and Social Measurement*, 3, págs. 653-665.
- Black, F. (1976): "Studies of stock market volatility changes", *Proceedings of the american statistical association business and economic statistic section*, págs. 177-181.
- Blanco, B. (2000): "Efectos sobre la volatilidad del mercado bursátil de la introducción de los contratos de futuros y opciones sobre el índice IBEX-35", *Investigaciones Económicas*, vol. 24 (1), págs. 139-175.
- Blanco, B. (1998): "Transmisión de información y volatilidad entre el mercado de futuros sobre el índice IBEX-35 y el mercado de contado", *Documento de Trabajo*, n.º 9815, Servicio de Estudios, Banco de España.
- Bollerslev, T. (1990): "Modelling the coherence in short-run nominal exchange rates: a multivariate generalized ARCH approach", *Review of Economics and Statistics*, 72, págs. 498-505.
- Bollerslev, T., R.F. Engle y J.M. Wooldridge (1988): "A capital asset pricing model with time-varying covariances", *Journal of Political Economy*, 96, págs. 116-131.
- Bollerslev, T., R. Chou y K. Kroner (1992): "ARCH modeling in finance", *Journal of econometrics*, 52, págs. 5-59.
- Caballero y Novales (1995): "The Spanish stock market futures contract: a first analysis", *II Jornadas de Economía Financiera*, vol. 1, Bilbao.
- Cecchetti, S.G., R.E. Cumby y S. Figlewski (1988): "Estimation of the optimal futures hedge", *Review of Economics and Statistics*, 70, págs. 623-630.
- Chang, J.S. y H. Fang (1990): "An intertemporal measure of hedging effectiveness", *Journal of Futures Markets*, vol. 10, n.º 3, págs. 307-321.
- Chang, J. y L. Shanker (1986): "Hedging effectiveness of currency options and currency futures", *The Journal of Futures Markets*, vol. 6, n.º 2, págs. 298-305.
- Christie, A. (1982): "The stochastic behavior of common stock variances: value, leverage, and interest rate effects", *Journal of Financial Economics*, 10, págs. 407-432.

- Climent, F. y A. Pardo (2000): "Relaciones intertemporales entre el contrato de futuro sobre el IBEX-35 y su activo subyacente", *Investigaciones Económicas*, 24 (1), págs. 219-236
- Corredor, P., P. Lechon y R. Santamaría (1997): "El vencimiento de los derivados y el IBEX-35", *Revista de Economía Aplicada*, vol.V, n.º 14, págs. 81-97.
- Corredor, P. y R. Santamaría (1996): "El efecto día de la semana: resultados sobre algunos mercados de valores". *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, vol. XXV, n.º 86, págs. 235-252.
- Dickey, D. y W. Fuller (1979): "Distribution of the estimators for autorregresive time series with unit root", *Journal of American statistical Assotiation*, n.º 74, págs. 427-431.
- Ederington, L. (1979): "The hedging performance of the new futures markets", *The Journal of Finance*, vol. XXXIV, n.º 1, págs. 157-170.
- Engle, R.F. (1982): "Autorregresive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of UK inflation", *Econometrica*, 50, págs. 987-1008.
- Engle, R.B. y C.W. Granger (1987): "Cointegration and error correction: Representation, Estimation, and Testing", *Econometrica*, 55, págs. 251-276.
- Engle, R.F., T. Ito y W.L. Lee (1990): "Meteor showers or heat waves? Heteroskedastic intra-daily volatility in the foreing exchange market", *Econometrica*, 58, págs. 525-542.
- Engle, R.F. y K.F. Kroner (1995): "Multivariate simultaneous generalized ARCH", *Econometric Theory*, 11, págs. 122-150.
- Engle, R.F. y V.K. NG, (1993): "Measuring and testing the impact of news on volatility", *Journal of Finance*, 5, págs. 1749-1778.
- Figlewski, S. (1984): "Hedging performance and basis risk in stock index futures", *The Journal of Finance*, vol. XXXIX, n.º 3, págs. 657-669.
- Frances, P.H. y D.V. Dijk (1996): "Forecasting stock market volatility using (Non-Linear) GARCH models", *Journal of Forecasting*, 15, págs. 229-235.
- French, K.R., G.W. Schwert y R.F. Stambaugh (1987): "Expected stock returns and volatility", *Journal of Financial Economics*, 19, págs. 3-30.
- Gagnon, L. y G. Lypny (1995): "Hedging short-term interest risk under time-varying distributions", *The Journal of Futures Markets*, vol. 15, n.º 7, págs. 767-783.
- Gonzalo, J. (1994): "Comparasion of five alternative methods of estimation long run equilibrium relationships", *Journal of Econometrics*, 60, págs. 203-233.
- Grammatikos, T. y A. Saunders (1983): "Stability and the hedging performance of foreing currency futures", *The Journal of Futures Markets*, vol. 3, n.º 3, págs. 295-305.
- Heaney, J. y G. Poitras (1991): "Estimation of the optimal hedge ratio, expected utility, and ordinary least squares regression", *The Journal of Futures Markets*, vol. 11, n.º 5, págs. 603-612.
- Howard, CH. y L. D'Antonio (1984): "A risk return measure of hedging effectiveness", *Journal of Financial and Quantitative Analisis*, vol. 19, n.º 1, págs. 101-112.
- Howard, CH. y L. D'Antonio (1987): "A risk return measure of hedging effectiveness: A reply", *Journal of Financial and Quantitative Analisis*, vol. 22, n.º 3, págs. 377-381.
- Howard, CH. y L. D'Antonio (1991): "Multiperiod hedging using futures: A risk minimization approach in the presence of autocorrelation", *The Journal of Futures Markets*, vol. 11, n.º 6, págs. 697-710.
- Hsin, CH., J. Kuo y CH. Lee (1994): "A new measure to compare the hedging effectiveness of foreing currency futures versus options", *The Journal of Futures Markets*, vol. 14, n.º 6, págs. 685-707.

- Johansen, S. (1988): "Statistical analysis of cointegration vectors", *Journal of Economics Dynamics and Control*, 12, págs. 231-254.
- Johansen, S. y K. Juselius (1990): "The full information maximum likelihood procedure for inference on cointegration with applications", *Oxford Bulletin of Economics Statistics*, 52, págs. 169-210.
- Johansen, S. y K. Juselius (1992): "Testing structural hypothesis in a multivariate cointegration analysis of PPP and the UIP for the UK", *Journal of Econometrics*, n.º 53, págs. 211-244.
- Karolyi, G.A. (1995): "A multivariate GARCH model of international transmissions of stock returns and volatility: the case of United States and Canada", *American Statistical Association*, 13, págs. 11-25.
- Koutmos, G. (1995): "Asymmetric volatility transmissions in international of stock markets", *Journal of International Money Finance*, 14, págs. 747-762.
- Koutmos, G. y A. Pericli (1998): "Dynamic hedging of commercial paper whit T-bill futures", *Journal of Futures Markets*, 8, págs. 925-938.
- Koutmos, G. y Tucker (1996): "Temporal relationships and dynamic interactions between spot and futures stock markets", *Journal of Futures Markets*, 16, págs. 55-69.
- Kroner, K.F. y V.K. Ng (1998): "Modelling asymmetric comovements of asset returns", *The Review of Financial Studies*, 11, págs. 817-844.
- Kroner, K. y J. Sultan (1991): "Exchange rate volatility and time varying hedge ratios", *Pacific-Basin Capital Markets Research*, vol. II., S.G. Rhee y R.P. Chang, eds. Amsterdam: Elsevier Science Publishers, North-Holland.
- Kroner, K. y J. Sultan (1993): "Time-varying distributions and dynamic hedging with foreign currency futures", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 28, n.º 4, págs. 535-551.
- Kwiatkowski, D., P. Phillips, P. Schmidt y Y. Shin (1992): "Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root", *Journal of Econometrics*, n.º 52, págs. 159-178.
- Lafuente, J.A. (1995): "Rendimientos y volatilidad en el mercado español de futuros sobre el IBEX-35", *Mimeo*.
- Lafuente, J.A. (1998): "Estrategias dinámicas de cobertura en el mercado de futuros sobre el IBEX-35", *III Jornadas de Economía Financiera*, Bilbao, vol. 2, págs. 85-138.
- Lee, T.H. y Y. Tse (1996): "Cointegration test with conditional heteroskedasticity", *Journal of Econometrics*, 73, págs. 401-410.
- León, A. y J. Mora (1999): "Modelling conditional heteroskedasticity: Application to the "IBEX-35" stock-return index", *Spanish Economic Review*, 1, págs. 215-238.
- Levy, H. y H.M. Markowitz (1979): "Approximating expected utility by a function of mean and variance", *The American Economic Review*, 3, págs. 308-317.
- Lien, D. (1996): "The effect of cointegration relationship on futures hedging: A note", *The Journal of Futures Markets*, vol. 16, n.º 7, págs. 773-780.
- Lien, D. y X. Luo (1993): "Estimating multiperiod hedge ratios in cointegrated markets", *The Journal of Futures Markets*, vol. 13, n.º 8, págs. 909-920.
- Lien, D. y X. Luo (1994): "Multiperiod hedging in the presence of conditional heteroskedasticity", *The Journal of Futures Markets*, vol. 14, n.º 8, págs. 927-955.
- Malliaris, A.G. y J. Urrutia (1991 a): "Test of random walk of hedge ratios and measures of hedging effectiveness for stock indexes and foreign currencies", *Journal of Futures Markets*, vol. 11, n.º 1, págs. 55-68.

- Malliaris, A.G. y J. Urrutia (1991 b): "The impact of the lengths of estimation periods and hedging horizons on the effectiveness of a hedge: Evidence from foreign currency futures", *The Journal of Futures Markets*, vol. 11, n.º 3, págs. 271-289.
- Muñoz, M.ªJ., A. Fernández y L. Nieto (1997): "Análisis de causalidad entre el IBEX-35 y el futuro sobre el índice en un contexto de cointegración", *Análisis financiero*, 71, págs. 16-26.
- Myers, R. (1991): "Estimating time varying optimal hedge ratios on futures markets", *The Journal of Futures Markets*, vol. 11, n.º 1, págs. 39-53.
- Pagan, A.R. y G.W. Schwert (1990): "Alternative models for conditional stock volatility", *Journal of Econometrics*, 45, págs. 267-290.
- Pardo, A. (1998): "Efectos de los mercados derivados sobre el IBEX-35 en el activo subyacente", *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, 94, págs. 99-128.
- Park, T. y L. Switzer (1995 a): "Bivariate GARCH estimation of the optimal hedge ratios for stock index futures: A note". *The Journal of Futures Markets*, vol. 15, n.º 1, págs. 61-67.
- Park, T. y L. Switzer (1995 b): "Time-varying distributions and the optimal hedge ratios for stock index futures", *Applied Financial Economics*, 5, págs. 131-137.
- Peiro, A. (1994 a): "La estacionalidad diaria del mercado de acciones español", *Investigaciones Económicas*, 3, págs. 557-569.
- Peiro, A. (1994 b): "Daily seasonality in stock returns: further international evidence", *Economics Letters*, 45, págs. 227-232.
- Peña, J.I. (1992): "On meteor showers in stock markets: new York vs Madrid", *Investigaciones Económicas*, 2, págs. 225-234.
- Peña, J.I. (1995): "Daily seasonalities and stock market reforms in Spain", *Applied Financial Economics*, 5, págs. 419-423.
- Tong, W. (1996): "An examination of dynamic hedging", *Journal of International Money and Finance*, vol. 15, n.º 1, págs. 19-35.
- Torro, H. y E. Navarro (1998): "Cobertura dinámica del riesgo de interés con futuros. Una aplicación al mercado interbancario español", *III Jornadas de Economía Financiera*, Bilbao, vol. 2, págs. 55-84.
- Tse, Y. (1998): "International transmission of information: evidence from the Euroyen and Eurodollar futures markets", *International Money and Finance*, 17, págs. 909-929.
- White, H. (1980): "A heteroskedasticity-Consistent covariance matrix estimator and direct test for heteroskedasticity", *Econometrica*, 48, págs. 817-838.

Fecha de recepción del original: noviembre, 1999

Versión final: noviembre, 2000

ABSTRACT

This paper studies the dynamism of the minimum variance hedge ratio (MVHR) with futures contracts on the IBEX-35 *stock* index. With the aim of considering the existence of conditional heteroscedasticity, the use of GARCH bivariate models is suggested, in which the existence of cointegration relationships between the cash and futures series is also considered. The main contribution of the research is the comparison between the effectiveness of this approach, from both the ex-post and the ex-ante points of view, and of other less sophisticated ones where the existence of heteroscedasticity problems or cointegration relationships is not considered. The effectiveness is measured through the coverage effects on both the variance of the revenue of the covered position and on the utility level expected by the investor. The results obtained in the analysis ex-ante show that if transaction costs are considered, then dynamic hedges do not involve a substantial improvement of the utility for the hedger as compared to the static model.

Key words: dynamic hedging, GARCH bivariate models, cointegration, effectiveness.

JEL classification: G10.