

# DESIGUALDAD Y POLARIZACIÓN. UNA APLICACIÓN A LA DISTRIBUCIÓN INTERPROVINCIAL DE LA RENTA EN ESPAÑA\*

JOAN M. ESTEBAN

CSIC

En este trabajo se realiza una primera aplicación de la medida de *Polarización* propuesta en Esteban y Ray (1994). El objeto del ejercicio es realizar una primera reflexión sobre los problemas que plantea el uso de este tipo de medidas. Para ello, examinamos la evolución de la polarización y la desigualdad en la distribución interprovincial de la renta en España en el período 1955-1989. Nuestros resultados muestran que los indicadores de polarización se comportan de manera significativamente distinta de los de desigualdad. Asimismo, comprobamos que el parámetro  $\alpha$  de sensibilidad a la polarización genera una familia de índices que se comportan con mayor disparidad respecto a la desigualdad. Finalmente, identificamos el problema de la alta volatilidad de los índices de polarización y que ésta es sensible al número de intervalos de renta contemplados.

*Palabras clave:* polarización, desigualdad, economía regional.

**L**a forma en la que los economistas analizan la distribución personal de la renta consiste en caracterizarla a través de dos indicadores: la renta media y el grado de desigualdad con el que ésta se distribuye. Uno nos indica la *eficiencia* de la economía para producir renta. El otro nos dice el grado de *justicia* o equidad con el que se distribuye. En este contexto, la preferencia por una distribución sobre otra se concibe como un conflicto entre estos dos principios básicos que han conformado la manera en la que los economistas piensan sobre los problemas de economía pública. Este planteamiento es también compartido por los políticos, por cuanto recoge por un lado las ventajas de una distribución de la renta (o de incentivos individuales) que induzca la máxima productividad y por otro los inconvenientes de la conflictividad social que puede generar una distribución demasiado injusta.

Existe una amplia literatura sobre cómo medir la desigualdad ante la gran variedad de indicadores que se pueden utilizar. La línea que ha tenido mayor éxito ha consistido en vincular los criterios para ordenar las distribuciones en términos de bienes-

---

(\*) Quiero expresar mi reconocimiento por las valiosas sugerencias realizadas por los evaluadores. Agradezco a Juan Antonio Duro su utilísima colaboración en la elaboración del trabajo empírico y al Instituto de Estudios Fiscales y la CICYT (proyecto #93-0678) la financiación recibida. Este trabajo forma parte de "Desigualdad y Polarización en la Distribución Interregional de la Renta", Papeles de Trabajo nº 28/95, IEF Madrid 1995.

tar social con la manera de valorar el grado de desigualdad. A este respecto, los trabajos pioneros de Atkinson (1970) han sido especialmente significativos.

Sin embargo, existen buenas razones para cuestionar la validez universal del enfoque tradicional. En particular, puede argumentarse que la desigualdad, tal como se mide habitualmente (por medidas consistentes con el principio de las transferencias de renta de Dalton), no recoge adecuadamente la noción intuitiva del grado de tensión social asociada con una distribución determinada. En efecto, dicho principio de Dalton establece el razonable criterio según el cual toda redistribución de renta que consista en la transferencia de renta de cualquier persona a otra más pobre que ella ha de ser juzgada como una disminución de la desigualdad y, por extensión, de la conflictividad social. Sin embargo, imaginemos que tomamos la renta media como línea divisoria de la sociedad y procedemos a igualar las rentas entre los individuos que están por encima de esta línea divisoria, haciendo otro tanto con los individuos que se hallan por debajo. En ambos casos se trata de transferencia de ricos a pobres, pero, en un caso, de los más ricos hacia los más pobres de entre los ricos y, en el otro, de los más ricos de entre los pobres a favor de los más pobres en términos absolutos. En consecuencia, se trata de transferencias que satisfacen el principio de Dalton y, por ende, deben ser consideradas como reductoras del grado de desigualdad existente. Sin embargo, contemplemos la distribución resultante. Nos encontramos con la sociedad dividida en dos grandes bloques homogéneos: pobres y ricos. Creo que es una intuición ampliamente compartida que será mayor la tensión social en esta última sociedad que en la primera. Sin embargo, tal como hemos visto, la desigualdad será menor. Hemos, pues, de concluir que la desigualdad puede no reflejar adecuadamente la tensión social inherente a una distribución determinada.

Recientemente, Esteban y Ray (1991), (1993) y (1994) han realizado una primera aproximación a la definición precisa de la noción de tensión social o *polarización*. Proponen un conjunto de criterios que pretenden recoger nuestras intuiciones sobre polarización y presentar una forma específica para medirla, consistente con aquellos criterios. Esta noción de polarización social puede tener gran interés al comparar distribuciones, complementando y quizás sustituyendo los análisis en términos de desigualdad tradicional.

El objeto del presente trabajo es desarrollar la parte operativa de este concepto y realizar una primera estimación para España. Dado el tipo de análisis propuesto, el trabajo se centra en la distribución territorial de la renta. Los datos utilizados son los que proporciona la serie de estudios del Banco de Bilbao-Vizcaya a nivel provincial desde 1955.

Con independencia del interés intrínseco que puedan tener los resultados de nuestro análisis aplicado, desarrollaremos un trabajo de tipo metodológico sobre la relevancia empírica de la medida de polarización. En efecto, si bien no existe lugar a dudas sobre las diferencias conceptuales entre desigualdad y polarización, es preciso demostrar que estas diferencias aparecen significativamente al comparar el tipo de distribuciones que habitualmente utilizan los economistas. El objetivo central de este trabajo es, precisamente, examinar con detalle diversos problemas e insuficiencias que surgen en la aplicación de la medida de polarización propuesta por Esteban y Ray (1994).

El trabajo está estructurado de la siguiente manera. En la sección primera se presentan las ideas básicas sobre polarización y se discuten con detalle las principales cuestiones que plantea su medida. En la sección segunda se indican los índices de

desigualdad que se utilizarán en el ejercicio. En la sección tercera se ofrecen los datos de la evolución de distintos índices de desigualdad y de polarización para la distribución territorial de la renta en España en el periodo 1955-1989, se estudian las similitudes y divergencias entre ambos tipos de índices y se analizan las implicaciones de la variación en la sensibilidad respecto a la polarización. El trabajo termina con una sección de conclusiones.

## 1. POLARIZACIÓN. CONCEPTO Y MEDICIÓN

En el ámbito de las Ciencias Sociales, la distribución de cualquier característica de la población (renta, riqueza, opiniones políticas, color de la piel, etc.) siempre se ha concebido intuitivamente como caracterizada por su valor esperado y el grado de desigualdad. La desigualdad ha sido medida de diversas formas, respondiendo a las distintas perspectivas desde las que puede contemplarse. Sin embargo, casi todas ellas satisfacen el Principio de las Transferencias de Dalton. Dicho principio de las transferencias es generalmente aceptado como la noción básica definitoria del concepto de desigualdad. Se ha demostrado que es equivalente a que la curva de Lorenz se sitúe por encima de otra y a que una distribución sea preferida a otra por todas las funciones de valoración social que son Schurr-cóncavas. Por otra parte, los resultados de Dutta y Esteban (1992) establecen que, una vez fijada la forma de proyectar las distribuciones sobre el *simplex*, hay una relación de uno a uno entre funciones de valoración social y medidas de desigualdad. En algún sentido, este paralelismo tan completo puede entenderse como una esterilización de la noción de desigualdad: no lleva más información que el bienestar. Ahí parece terminar nuestra capacidad de análisis en cuanto se refiere a distribuciones.

Pero, ¿por qué las Ciencias Sociales se han ocupado de la desigualdad? ¿por qué nos parece necesario justificar el estudio de la desigualdad interregional de rentas? Existe, desde luego, un motivo ético. Tomamos la perfecta igualdad como un punto de referencia ideal y las distintas medidas de desigualdad nos indican cuán lejos estamos de este ideal. Pero la desigualdad, desde otra perspectiva, también nos indica la medida del descontento social y, por tanto, la posibilidad de la eclosión de un conflicto<sup>1</sup>. En los trabajos de Esteban y Ray (1991), (1993) y (1994) se argumenta que la característica relevante de una distribución en cuanto a la potencial conflictividad es su polarización y no su desigualdad. A este respecto, estos trabajos ofrecen una conceptualización precisa de la polarización y proporcionan un índice para medirla.

En una primera aproximación, podemos decir que en cualquier distribución (por ejemplo, renta) entendemos por polarización el grado en el que la población se encuentra agrupada en torno a polos distantes. El concepto de polarización que se propone es esencialmente distinto del de desigualdad; por ejemplo, no respeta el *principio*

---

(1) Por ejemplo, Sen (1973) en la primera página de su libro *On Economic Inequality* subraya que “la relación entre desigualdad y rebelión es ciertamente muy estrecha y opera en ambas direcciones” y más adelante menciona una vez más “la conexión histórica entre la noción de desigualdad y el descontento, y mejor aún la rebelión” (p. 6). Desde el punto de vista empírico, en un amplio estudio internacional Muller y Seligson (1987) demuestran que existe evidencia de que la desigualdad en la distribución de la renta es una importante pre-condición para la violencia política de masas. Nagel (1974) ha presentado resultados empíricos mostrando que esta relación no es lineal. La desigualdad extrema o la igualdad completa se corresponden con un bajo nivel de conflictividad social.

de las transferencias de Dalton. Uno de los ejes de la argumentación es precisamente que dicho principio no es apropiado para captar la noción de conflictividad potencial<sup>2</sup>. En efecto, la noción de polarización está íntimamente relacionada con la existencia de más de una moda en una distribución y consigue su máximo valor en el caso de una población igualmente distribuida entre dos polos.

Para concretar estas ideas, pasemos a enunciar las cuatro características fundamentales en la definición de la polarización de una distribución.

*Característica 1: La polarización es cuestión de grupos. Los individuos aislados desempeñan un papel insignificante en la generación de conflicto social.*

*Característica 2: La polarización aumenta cuanto mayor es el grado de homogeneidad en el seno de cada grupo social.*

*Característica 3: La polarización aumenta cuanto mayor es la heterogeneidad entre grupos sociales.*

*Característica 4: La polarización es mayor cuanto menor sea el número de grupos relevante.*

Observemos que, mientras que las Características 3 y 4 respetan el principio de transferencias progresivas, las Características 1 y 2 lo violan. En efecto, la máxima desigualdad corresponde al caso en el que un individuo es extremadamente rico y los demás comparten el mismo nivel de pobreza. Sin embargo, está claro que desde el punto de vista de la conflictividad ésta no es la situación más extrema. Si todas las regiones fuesen igualmente pobres, excepto una región, no se plantearía un problema de fraccionamiento territorial. Para ello hace falta que exista un número significativo de regiones en cada una de las posiciones polares. Por otra parte, y refiriéndonos ahora a la Característica 2, si se produjese un acercamiento de las regiones pobres entre sí y también observásemos convergencia entre las ricas, todas las medidas de desigualdad nos indicarían una disminución. Sin embargo, está claro que todos coincidiríamos en considerar que el fraccionamiento territorial se habría profundizado. En este caso el índice de polarización habría aumentado.

En el trabajo de Esteban y Ray (1994) se demuestra que, para distribuciones de una población sobre un número finito de valores, la única medida de polarización que satisface las cuatro características que acabamos de examinar, especificadas en forma de axiomas, es la siguiente<sup>3</sup>:

---

(2) Varios estudios empíricos de Ciencia Política sobre desigualdad y conflicto han expresado sus reservas sobre la adecuación de las medidas de desigualdad habituales para reflejar la potencialidad de conflicto. Las nociones de *desigualdad estructurada* y de *desigualdad bifurcada*, propuestas por Midlarski (1988) y por Muller, Seligson y Fu (1989), respectivamente, son ejemplos representativos de conceptos con vocación de sustituir los índices tradicionales de desigualdad. En Esteban y Ray (1994a) elaboramos un modelo formal de conflicto y estudiamos la relación entre el nivel de conflicto de equilibrio y la distribución de los individuos sobre el conjunto de las características.

(3) En Esteban y Ray (1991) y (1993) se axiomatiza una medida de polarización para distribuciones sobre continuos, basada esencialmente en los mismos axiomas. Los axiomas son algo más restrictivos y, en este caso, se obtiene además que  $\alpha=1$ . Por otra parte, Wolfson (1994) propone una medida de polarización que ofrece similitudes conceptuales con ésta. Sin embargo, viola el Axioma 2 y además no satisface la condición de "no-monotonidad" que, tal como se argumenta en Esteban y Ray (1994), es una característica que debería ser consustancial a cualquier medida de polarización. En Gradín (1995) puede encontrarse una comparación cuidadosa de ambas medidas.

$$P(p, x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_i^{1+\alpha} p_j |x_i - x_j| \quad [1]$$

donde, en nuestro caso,  $x_i$  y  $p_i$  designan la renta per cápita y la población relativa de la provincia  $i$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Obsérvese que este índice de polarización presenta una similitud aparente con el índice de Gini. Sin embargo, el hecho de que en [1]  $p_i$  está elevado al exponente  $1+\alpha$  provoca que el índice de polarización tenga un comportamiento muy distinto. El parámetro  $\alpha$  refleja el grado de sensibilidad de la medida respecto a la polarización. De acuerdo con los axiomas enunciados,  $\alpha$  ha de tomar valores entre 1 y 1,6. Es fácil comprobar que cuando  $\alpha = 0$  la medida  $P$  es idéntica al índice de Gini. Por lo tanto, cuanto mayor sea  $\alpha$  mayor será el distanciamiento, al menos conceptual, entre las medidas de desigualdad y las de polarización. En este trabajo se han utilizado dos valores para el parámetro  $\alpha$ : 1 y 1,5.

Para entender el significado del parámetro  $\alpha$ , supongamos que todas las regiones de un país están agrupadas en tres niveles de renta per capita y que la cantidad de población de las regiones en cada uno de los dos primeros niveles es igual. Consideremos ahora, cual sería nuestra valoración si estos dos grupos se fundiesen en uno sólo, con un nivel de renta intermedio. Es fácil ver que nuestro juicio en términos de polarización depende crucialmente del tamaño de la población en el tercer nivel de renta. En efecto, supongamos que en el nivel más alto de renta hay muy poca población. Ello implica que la polarización existente ha de explicarse fundamentalmente por el fraccionamiento del país en los otros dos grupos de regiones, distanciados entre sí, y de tamaño grande y parecido. Si unimos estos dos grupos, la polarización debe disminuir. Supongamos, por el contrario, que el tercer nivel de renta agrupa una parte importante de la población del país y que, por tanto, el tamaño de los otros dos grupos (iguales entre sí) es pequeño. Ahora, la fusión de dos pequeños grupos habrá originado la emergencia de un único grupo de tamaño conmensurable con el de renta más elevada. El fraccionamiento del país en dos grandes grupos de regiones se hará más aparente y, en consecuencia, la polarización habrá aumentado. Habrá, pues, para el grupo con el nivel de renta alto un tamaño crítico que divida los dos tipos de valoración. Es este tamaño crítico el que depende del parámetro  $\alpha$ . Si  $\alpha$  es muy pequeño, sólo registraremos incrementos de polarización por este proceso de fusión de dos grupos en uno si el tercer nivel agrupa a casi toda la población. En cambio, para valores elevados (próximos a 1,6) esta fusión será vista como un aumento de la polarización, aunque el peso del tercer grupo sea pequeño.

Desde un punto de vista aplicado, el uso de la medida de polarización [1] sugiere tres tipos de problemas:

- i) la relevancia empírica de la polarización;
- ii) la significación práctica del parámetro  $\alpha$ ; y
- iii) la agregación de los datos en intervalos

Las aplicaciones que se han realizado hasta hoy no bastan para proporcionar respuestas concluyentes a las cuestiones mencionadas. Una primera aplicación de Esteban (1994) sobre la distribución interregional de la renta en Europa y otra, más amplia, de Gradín (1994) sobre distribución personal de la renta, no ofrecen una base suficiente.

La primera cuestión se refiere a la relevancia empírica de la polarización, en comparación con la desigualdad. Los anteriores apartados han dejado ya claramente

establecido que la polarización es *conceptualmente* distinta de la desigualdad. En efecto, el Axioma 1 viola el Principio de las Transferencias de Dalton: existen distribuciones  $x$  e  $y$  tales que hay menos desigualdad en  $x$  que en  $y$ , pero que ofrecen más polarización. Sin embargo, queda por demostrar empíricamente que distribuciones como  $x$  e  $y$  son efectivamente observables en la práctica. Es cierto que nos interesan fenómenos muy diversos, cuyas distribuciones de frecuencias pueden seguir pautas totalmente dispares. La distribución de los votos emitidos en una elección es necesariamente multimodal, mientras haya más de un partido. Sin embargo, las distribuciones observadas para la renta o la riqueza personal son generalmente unimodales. La distribución de los países por su tasa de crecimiento es, también, multimodal<sup>4</sup>. Quizás para unas familias de distribuciones sea relevante la polarización y para otras no. Esta es la cuestión que hay que aclarar. Es obvio que la polarización va a ser particularmente pertinente para distribuciones multimodales. El tema que queda abierto es qué ocurre con distribuciones típicamente unimodales, como en los ejemplos antes mencionados. En este trabajo examinamos las distribuciones interprovinciales de la renta para desarrollar un primer análisis de esta cuestión<sup>5</sup>.

La segunda cuestión empírica que centra nuestro interés es la significación práctica del parámetro  $\alpha$  que refleja distintos grados de sensibilidad a la polarización. El problema aquí es similar al anterior. Está claro que, conceptualmente, valores crecientes de  $\alpha$  indican mayor sensibilidad a la polarización. Sin embargo, no sabemos si dentro de las familias de distribuciones que interesan a los científicos sociales podemos identificar casos de distribuciones que serían ordenadas de forma distinta, según el valor de  $\alpha$  escogido. En consecuencia, uno de nuestros objetivos es verificar si, para las distribuciones que analizamos, podemos identificar distribuciones cuya ordenación en términos de polarización depende críticamente del valor escogido para el parámetro  $\alpha$ . Asimismo, y tal como se demuestra en Esteban y Ray (1994), la medida de polarización converge hacia una medida de desigualdad —el índice de Gini— cuando  $\alpha$  tiende a cero. Es cierto que el Axioma 4 establece que  $\alpha \geq 1$ . Pero, en todo caso, del argumento anterior parece deducirse que, a medida que  $\alpha$  disminuye, aumenta la similitud con la desigualdad. En consecuencia, una de las cuestiones a ser verificada empíricamente es si la polarización se comporta efectivamente de manera más dispar respecto a la desigualdad a medida que tomamos valores más elevados para el parámetro  $\alpha$ .

La última cuestión empírica que hemos mencionado es la que ofrece una solución menos satisfactoria. Vamos a dedicarle, por ello, una mayor atención. En efecto, en la motivación de la noción de polarización hemos identificado dos componentes. Por una parte, se encuentra el factor de alienación de unos individuos respecto a otros y su magnitud claramente ha de depender de la distancia. Por otra parte, se encuentra el factor de identificación de grupo, que nos indica el peso que tendrá la alienación en la determinación de la polarización agregada. En Esteban y Ray (1991), donde se obtienen medidas de polarización para distribuciones sobre continuos, la identificación de grupo

---

(4) Véase Esteban y Ray (1994) donde se demuestra que la convergencia de las tasas de crecimiento (en cuanto a reducción de la desigualdad) oculta un aumento de la polarización. Ello implica una división entre países de crecimiento lento y países de crecimiento rápido.

(5) La evidencia más pertinente sería la distribución personal de la renta. Este trabajo ha sido realizado por Gradin (1994), quien ha demostrado que polarización y desigualdad se comportan de manera genuinamente distinta para esta clase de distribuciones.

tiene lugar con todos los individuos que se encuentran a una distancia inferior a un parámetro arbitrario  $D$  y la intensidad de esta identificación varía inversamente con la distancia (siempre inferior a  $D$ ). En cambio en Esteban y Ray (1994), al referirse la medida a distribuciones sobre un número discreto de puntos, se presupone que los individuos están ya integrados en grupos diferenciados. Por esto, en este caso, el factor de identificación depende tan sólo de la frecuencia en el punto específico seleccionado, y no de las frecuencias en los puntos adyacentes. No hay identificaciones cruzadas<sup>6</sup>.

Existen fenómenos sociales en los que la agrupación de los individuos se produce de una forma natural. Este es el caso, por ejemplo, de la distribución del voto de los ciudadanos entre un número discreto de partidos políticos en unas elecciones. Sin embargo, hay muchos fenómenos en los que los datos no presentan esta agrupación previa. La distribución personal o espacial de la renta es un caso obvio. Aunque tengamos un número finito de observaciones, carece de sentido considerar que dos individuos (o regiones) con rentas muy parecidas, aunque distintas, pertenecen a "grupos" distintos. Por todo ello, parecería recomendable usar aquí la medida de polarización para distribuciones continuas propuesta en Esteban y Ray (1991). Sin embargo, hemos preferido pagar el coste de agrupar los datos y usar la medida discreta de Esteban y Ray (1994).

En el presente trabajo se ha tomado esta opción por varias razones. En primer lugar porque no hemos conseguido establecer bases que permitan delimitar qué valores de  $D$  son razonables. Así pues, en ambos casos hay que tomar decisiones arbitrarias. En segundo lugar, porque la medida discreta tiene más relevancia práctica, ya que muchas distribuciones disponibles proporcionan las frecuencias acumuladas en intervalos. Por fin, porque el uso de la medida de polarización para distribuciones discretas nos permite experimentar la relevancia empírica del parámetro  $\alpha$  ausente en la medida de Esteban y Ray (1991).

Una primera observación sobre cómo agrupar los datos se refiere al uso de las cuantilas. Numerosas publicaciones de comparación internacional de la distribución personal de la renta presentan la información agrupada en cuantilas. Esta presentación de los datos es útil para la elaboración de las curvas de Lorenz, por ejemplo. Pero los esteriliza para el análisis de la polarización. En efecto, si la información esta distribuida en  $Q$  cuantilas, tenemos que

$$p_i = \frac{1}{Q}, \quad i=1,2,\dots, Q.$$

A la vista de nuestra medida de polarización, es inmediato que en este caso  $P$  es simplemente proporcional al índice de Gini correspondiente. En efecto, bajo esta restricción, tenemos que:

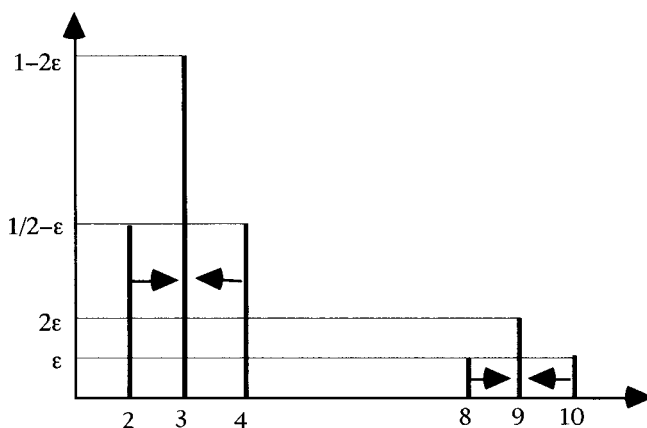
$$P = \left(\frac{1}{Q}\right)^{2+\alpha} \sum_{i=1}^Q \sum_{j=1}^Q |x_i - x_j|$$

Es instructivo entender el por qué ello es así. En términos generales, las medidas de desigualdad pueden entenderse como una media de funciones de la distancia entre puntos, ponderada por la frecuencia. En otras palabras, se trata de índices que son lineales en las frecuencias y (típicamente) convexos en las distancias. En cambio, la medida de pola-

(6) Véase, sin embargo, la extensión de la medida que se propone en el propio Esteban y Ray (1994) para cubrir este caso.

rización es lineal en las distancias y convexa en las frecuencias. Ello es así porque se quiere poner de relieve prioritariamente la similitud o disparidad entre los tamaños de las frecuencias sobre los distintos puntos. Consecuentemente, cuando la información se manipula para que la frecuencia sea la misma en todos los grupos (aunque las distancias sean dispares), se elimina la polarización, como algo distinguible de la desigualdad.

En concordancia con esta forma de entender la polarización, la manera natural de agrupar las observaciones es por intervalos definidos sobre distancias relativas normalizadas. Este es el camino que hemos seguido en el presente trabajo. Por ello, parece interesante preguntarse acerca de la sensibilidad del análisis respecto al número de intervalos en el que agrupamos las observaciones. Este problema ocurre tanto en la polarización, como en la desigualdad. En efecto, si reducimos el número de intervalos, toda medida de desigualdad que satisfaga el Principio de Dalton lo registrará como una disminución de la desigualdad. Esta observación es particularmente relevante para las comparaciones internacionales de la desigualdad territorial ya que el número de regiones varía significativamente entre países. En el caso de la polarización, la variación del número de intervalos es especialmente delicada. La polarización trata de medir la existencia de agrupaciones y su tamaño relativo. En consecuencia, está claro que la variación arbitraria del número de intervalos ha de tener una alta significación. Sin embargo, los efectos aquí son menos inmediatos que en el caso de la desigualdad. En Esteban y Ray (1994) se estudia el comportamiento de la polarización cuando se agrupan los intervalos adyacentes, en el caso de distribuciones uniformes. Allí se demuestra que se producirá un aumento de la polarización. El caso de las distribuciones no uniformes no ha sido estudiado aún de forma sistemática. Pero, de todas formas, es posible hallar ejemplos en los que una reducción del número de grupos disminuye la polarización. A este efecto, consideramos el caso representado en la Figura adjunta. En la distribución inicial, los datos están presentados en cuatro intervalos y en la final se ha procedido a agruparlos en dos. En la distribución inicial, el conflicto tiene lugar esencialmente entre las dos masas de población en 2 y 4. Sin embargo, en la segunda distribución estos dos grupos se han agregado en uno sólo y una buena parte de la polarización ha desaparecido. Hemos de concluir, pues, que en el caso de la polarización no hay una regla general sobre la incidencia que tendrá sobre el índice una reducción del número de intervalos. Por esta razón cobra especial relevancia la comprobación empírica de los efectos sobre P de distintas agrupaciones de los datos en intervalos.





## 2. MEDICIÓN DE LA DESIGUALDAD

En este trabajo estamos interesados en examinar el comportamiento del índice de polarización respecto de los de desigualdad. Dentro de la amplia gama de índices de desigualdad disponibles, hemos escogido el conocido índice de Gini y la familia de índices "éticos" introducida por Atkinson (1970).

El índice de Gini puede expresarse como:

$$G = \frac{1}{\mu} \sum_i p_i \sum_j p_j |x_i - x_j| \quad [2]$$

donde  $\mu = \sum p_i x_i$ . El valor del índice de Gini corresponde al doble del área comprendida entre la curva de Lorenz y la línea de 45°.

Atkinson (1970) propuso una familia de índices de desigualdad que es éticamente consistente con las funciones de Bienestar Social utilitaristas<sup>7</sup> con función de valoración de las rentas individuales de elasticidad constante. Esta familia de funciones corresponde a:

$$W(x) = \frac{1}{1 - \varepsilon} \sum_i p_i x_i^{1 - \varepsilon}, \text{ para } \varepsilon \geq 0$$

El parámetro  $\varepsilon$  es interpretable como el grado (constante) de aversión relativa a la desigualdad implícita en la función de Bienestar Social. Cuando  $\varepsilon = 0$ , el bienestar social medio se identifica con la renta per capita, con independencia de cómo se distribuya. A medida que tomamos valores mayores de  $\varepsilon$  la desigualdad de la distribución tiene mayor incidencia en la evaluación del bienestar social. En el límite, cuando  $\varepsilon$  tiende a infinito, esta función de bienestar social tiende a la función propuesta por Rawls que valora el bienestar por la renta del individuo más pobre.

El índice de Atkinson [3] puede expresarse como:

$$A(\varepsilon) = 1 - \left\{ \sum_i p_i \left( \frac{x_i}{\mu} \right)^{1 - \varepsilon} \right\}^{\frac{1}{1 - \varepsilon}} \quad [3]$$

En el presente trabajo evaluaremos la desigualdad con el índice de Gini y con el de Atkinson para los valores  $\varepsilon=0,5, 2$  y  $100$ . Con este último valor se ha querido tomar en consideración el caso de aversión extrema a la desigualdad.

## 3. LA DISTRIBUCIÓN TERRITORIAL DE LA RENTA EN ESPAÑA

### 3.1. Introducción

Pasemos a examinar la desigualdad y la polarización de la distribución de la renta per cápita en España a nivel provincial con el fin de contrastar la medida en que la desigualdad tiene un comportamiento diferenciado de la polarización. Asimismo,

(7) Esto es, aditivamente separables y anónimas [ver Sen (1973)].

estudiaremos la influencia sobre los resultados que puedan derivarse de varios niveles de agrupación, o de distintos grados de sensibilidad a la polarización.

Se han utilizado los datos anuales sobre renta per cápita y población referidos a las provincias españolas proporcionados por los estudios sobre la *Renta Nacional de España y su distribución provincial* del Banco de Bilbao-Vizcaya. La renta provincial utilizada en los cálculos es el PIB provincial al coste de los factores expresado en pesetas del 89. Los datos utilizados cubren un periodo de 35 años, 1955-89. Puesto que tanto las medidas de desigualdad, como las de polarización toman las rentas *relativas* como las variables básicas, en cada periodo hemos procedido a normalizar las rentas per capita tomando la renta per capita nacional igual a la unidad.

Tal como hemos mencionado en la sección 2, en este trabajo aplicaremos la medida de polarización para distribuciones discretas de Esteban y Ray (1994) y, para ello, debemos previamente agrupar la información original en intervalos. Puesto que uno de los objetivos del presente ejercicio es examinar la sensibilidad del análisis respecto a esta manipulación de la información original, hemos procedido a realizar dos agrupaciones. En una se ha realizado una partición en 12 intervalos de una longitud del 10% de la renta per capita nacional (normalizada igual a la unidad), empezando con las rentas no superiores al 0,50, hasta el intervalo más alto de las que exceden 1,50. La denominamos A.12. La segunda consiste en una partición en 6 intervalos (A.6), cada uno de ellos de una longitud del 20% de la renta per capita nacional normalizada, con el primer intervalo para rentas no superiores a 0,6 y el último con las que exceden de 1,4.

### 3.2. Desigualdad y polarización territorial en España

La evolución de la desigualdad interprovincial de rentas queda recogida en el Cuadro 1 y en el Gráfico 1. Los años subrayados corresponden a intersecciones de la curva de Lorenz respecto al año anterior.

A la vista de los resultados, la primera conclusión que emerge con claridad es que a lo largo de este amplio periodo se ha producido una disminución muy importante de la desigualdad. Los índices de Gini coinciden con los diversos de Atkinson en detectar esta disminución, aunque difieren al evaluar su intensidad. En 1989 la desigualdad registrada respecto a la inicial es del 60% para el índice de Gini y del 40% para los índices de Atkinson A(0,5) y A(2). Es de subrayar la coincidencia de valoraciones que se obtienen con grados de aversión a la desigualdad tan diversos como 0,5 y 2. Si tomamos niveles de aversión más extremos como A(100), la disminución registrada es de poco más del 5%. Con todo, hemos de concluir que se ha producido una notable disminución de la desigualdad desde cualquier punto de vista ético que se adopte. Por otra parte, este proceso de disminución no es uniforme. En el periodo 1955-73 se produce la parte sustancial de la disminución total registrada. En 1973 el índice de Gini era ya el 63% respecto a 1955. En cambio, la disminución desde 1973 hasta 1989 representa menos de un 10% adicional. Otro tanto ocurre con los índices A(0,5) y A(2), que en 1973 alcanzan valores en torno al 45% del inicial. En cambio, para el índice A(100) el año 1989 representa un aumento respecto al valor registrado en 1973. El comportamiento de este índice refleja un empeoramiento debido a la situación en los últimos intervalos de renta, a los que ahora se atribuye mayor peso.

Por último, merece la pena notar que el índice A(100), especialmente a partir de 1977, presenta mucha mayor volatilidad que los demás índices de desigualdad. A este respecto, se registran variaciones de hasta el 65% en periodos consecutivos. La explicación de esta mayor variabilidad es que el valor de dicho índice depende críticamen-

Cuadro 1: DESIGUALDAD INTERPROVINCIAL EN ESPAÑA

	A.12				A.6			
	Gini	A (0,5)	A (2)	A (100)	Gini	A (0,5)	A(2)	A (100)
1955	0,2271	0,0398	0,1438	0,5008	0,2174	0,0357	0,1348	0,4393
1957	0,2128	0,0349	0,1278	0,4473	<u>0,2070</u>	<u>0,0340</u>	<u>0,1249</u>	<u>0,4473</u>
1960	0,1929	0,0293	0,1103	0,4424	<u>0,1887</u>	<u>0,0288</u>	<u>0,1080</u>	<u>0,4424</u>
1962	<u>0,1963</u>	<u>0,0299</u>	<u>0,1121</u>	<u>0,4402</u>	<u>0,1906</u>	<u>0,0293</u>	<u>0,1099</u>	<u>0,4402</u>
1964	0,1989	0,0308	0,1178	0,4530	0,1935	0,0303	0,1156	0,4530
1967	0,1793	0,0255	0,0998	0,4263	0,1772	0,0253	0,0986	0,4263
1969	0,1687	0,0225	0,0898	0,4210	0,1660	0,0222	0,0884	0,4210
1971	0,1541	0,0187	0,0756	0,4142	0,1487	0,0179	0,0720	0,4142
1973	0,1429	0,0163	0,0666	0,3921	0,1382	0,0157	0,0637	0,3921
1975	0,1446	0,0170	0,0698	0,4020	0,1408	0,0165	0,0675	0,4020
1977	<u>0,1448</u>	<u>0,0169</u>	<u>0,0691</u>	<u>0,4120</u>	<u>0,1397</u>	<u>0,0162</u>	<u>0,0617</u>	<u>0,4120</u>
1979	0,1324	0,0139	0,0567	0,3871	0,1278	0,0133	0,0538	0,3871
1981	0,1294	0,0132	0,0529	0,3275	0,1247	0,0126	0,0505	0,2787
1983	0,1338	0,0145	0,0591	0,4253	0,1305	0,0141	0,0575	0,4253
1985	0,1279	0,0130	0,0528	0,3912	0,1241	0,0126	0,0508	0,3912
1987	0,1261	0,0128	0,0527	0,3383	0,1221	0,0123	0,0499	0,2853
1989	0,1334	0,0143	0,0586	0,4137	0,1288	0,0137	0,0555	0,4137

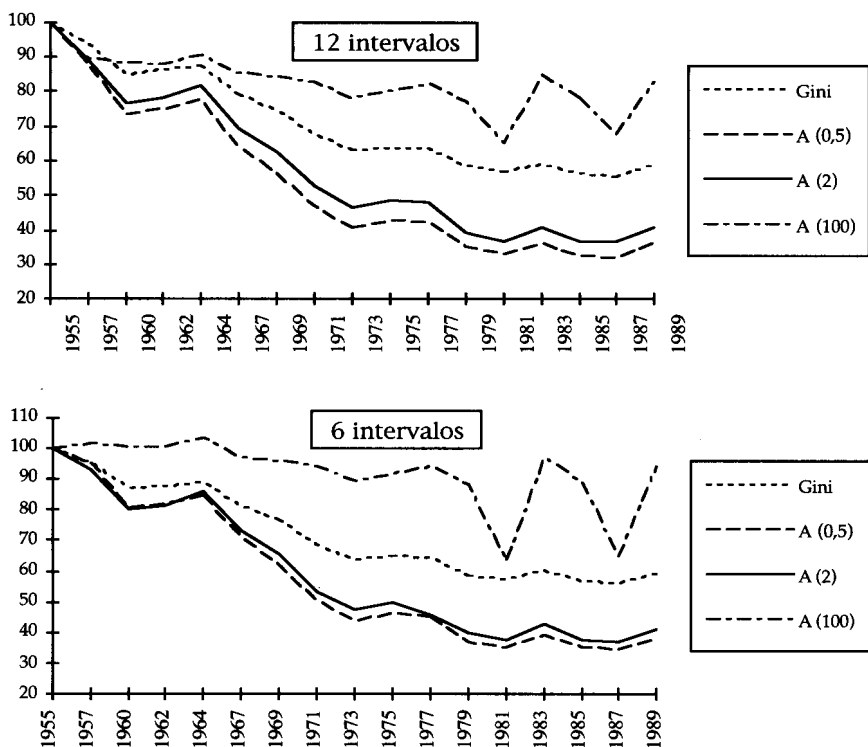
te de lo que ocurre en el intervalo de rentas más bajas. El hecho de que una región con cierto peso demográfico quede o no incluida en este último intervalo puede provocar variaciones importantes en un índice tan sensible como A(100).

En el Cuadro 2 y el Gráfico 2 se presentan los datos correspondientes a la polarización interprovincial para el periodo 1955-1989, para valores de aversión a la polarización de 1 y 1,5.

Si consideramos la totalidad del periodo 1955-1989 observamos una disminución de la polarización. Este descenso es común a ambos índices P(1) y P(1,5). Sin embargo, la magnitud de la disminución es mucho menor que la registrada por los índices de desigualdad. El índice P(1) desciende un 24% y el P(1,5) un 16%. Otra particularidad de la evolución de los índices de polarización es que, dentro de la volatilidad a la que seguidamente nos referiremos, presenta una primera etapa 1955-1969 en la que se registra una disminución, seguida de una segunda etapa con tendencia al incremento.

Por lo que se refiere a la pauta temporal de la polarización, es fácil observar que estos índices presentan una volatilidad claramente más elevada que los de desigualdad. Esta mayor variabilidad puede explicarse del siguiente modo. Una manera de entender la diferencia entre desigualdad y polarización es que los índices de desigualdad pueden ser expresados como una combinación lineal convexa (ponderada por las frecuencias) de diversas maneras de valorar las distancias en rentas. En contraste, las medidas de polarización se expresan también como una combinación lineal convexa

Gráfico 1: DESIGUALDAD INTERPROVINCIAL EN ESPAÑA



de una función de valoración de las frecuencias, en la que los pesos son ahora las distancias relativas. En consecuencia, las medidas de desigualdad serán especialmente sensibles a las distancias en renta (y lineales en las frecuencias), mientras que las de polarización serán sensibles a las frecuencias (y lineales en las distancias en renta). Por este motivo, cuando medimos la polarización a partir de datos previamente agrupados en intervalos de renta, se puede dar una mayor variabilidad de los índices de polarización respecto de los de desigualdad. En efecto, en el caso de España, existen provincias, como Madrid, Barcelona, Sevilla o Valencia, con un alto porcentaje de la población. En consecuencia si en dos años consecutivos saltan de un intervalo a otro, pueden producir alteraciones importantes en la distribución sobre los intervalos. Ello ha de dar gran volatilidad a los índices de polarización<sup>8</sup>. Es evidente que esta volatilidad será menor si el número de intervalos es menor.

(8) Observemos que, en contraste, para las medidas de desigualdad, la sensibilidad es mayor respecto a las distancias de renta (que no se mueven de forma tan abrupta) que respecto a las frecuencias. Por ello hemos de esperar menor variabilidad temporal en las medidas de desigualdad.

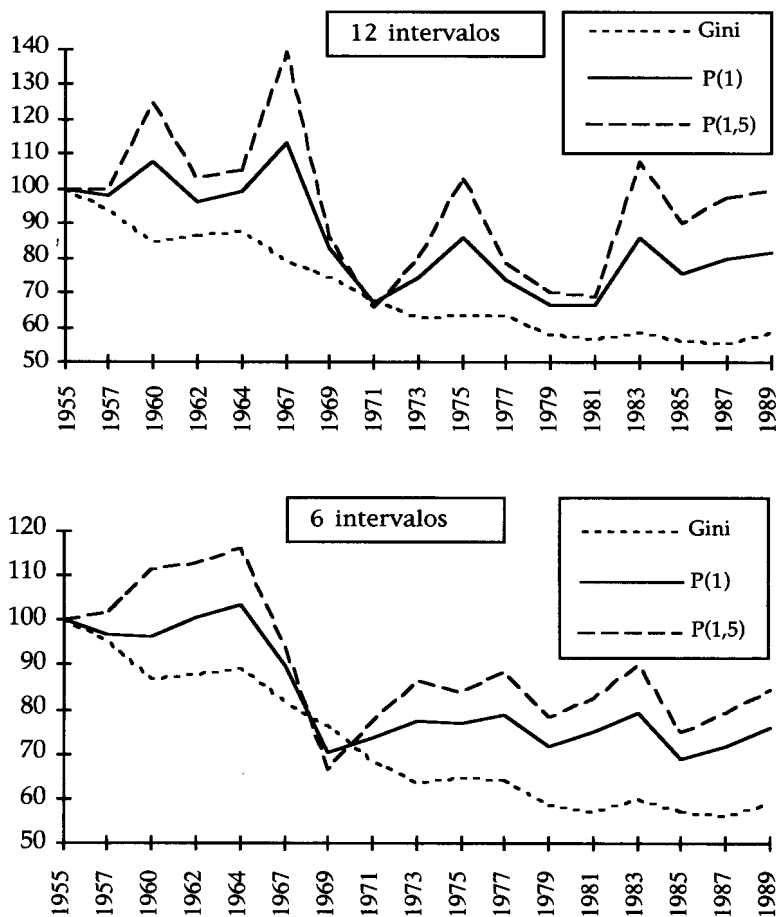
Cuadro 2: POLARIZACIÓN INTERPROVINCIAL EN ESPAÑA

	A.12		A.6	
	$\alpha=1$	$\alpha=1,5$	$\alpha=1$	$\alpha=1,5$
1955	0,0528	0,0188	0,0861	0,0394
1957	0,0519	0,0188	0,0833	0,0400
1960	0,0568	0,0234	0,0829	0,0439
1962	0,0508	0,0193	0,0864	0,0444
1964	0,0525	0,0198	0,0891	0,0457
1967	0,0596	0,0262	0,0773	0,0370
1969	0,0439	0,0161	0,0605	0,0262
1971	0,0356	0,0124	0,0634	0,0306
1973	0,0392	0,0150	0,0667	0,0340
1975	0,0453	0,0195	0,0664	0,0332
1977	0,0391	0,0148	0,0678	0,0348
1979	0,0352	0,0132	0,0618	0,0309
1981	0,0352	0,0130	0,0647	0,0326
1983	0,0453	0,0202	0,0683	0,0355
1985	0,0399	0,0170	0,0592	0,0295
1987	0,0421	0,0183	0,0619	0,0312
1989	0,0431	0,0186	0,0656	0,0333

En efecto, es inmediato observar en el Cuadro 2 que la variabilidad temporal del índice de polarización disminuye significativamente cuando pasamos de una agrupación con doce intervalos de renta a otra con seis. Ya hemos mencionado que, si tenemos muchos intervalos, es fácil observar saltos de provincias de uno a otro en años consecutivos y que, cuando la provincia que salta es de las que tienen gran tamaño relativo, la incidencia sobre el valor del índice de polarización puede ser elevada. Esta volatilidad se ve obviamente reducida cuando reducimos el número de intervalos ya que la frecuencia de los cambios de intervalo es menor y el peso de cada provincia respecto al conjunto de un intervalo es también menor. Este problema es particularmente agudo en nuestro caso ya que, tal como se muestra en Esteban (1994), en comparación con el resto de países de la Unión Europea, España es un país que no presenta “fracturas” significativas entre grupos de regiones y, por tanto, carece de líneas divisorias entre grupos.

Los distintos grados de agregación, además de la mayor volatilidad, también producen conductas discrepantes de los índices de polarización. En efecto, los signos de la variación de la polarización en años consecutivos no son robustos al nivel de agregación. Así, registramos signos contrarios en 1960-62, 1964-67, 1969-71, 1973-75,

Gráfico 2: POLARIZACIÓN INTERPROVINCIAL EN ESPAÑA



1975-77 y 1979-81. Es, pues, evidente que nuestro juicio acerca de la evolución de la polarización puede depender críticamente del número de intervalos escogido.

Al discutir la problemática que comporta la aplicación de la medida de polarización para distribuciones discretas hemos hecho mención especial de los sesgos que pueda introducir la adopción de agregaciones alternativas de los datos básicos en intervalos de distinta amplitud. Si bien estos sesgos también se introducen en las medidas de desigualdad, en este caso sabemos que los sesgos tienen siempre la misma dirección: ofrecen una subvaloración de la desigualdad real. Sin embargo, hemos

argumentado que para la polarización los sesgos pueden, en principio tomar cualquier dirección. En nuestro caso, hemos comprobado que cuanto mayor es el número de intervalos más alta es la volatilidad del índice de polarización. Por este motivo, adoptaremos en el resto del trabajo la división en seis intervalos<sup>9</sup>.

### 3.3. Relevancia de la polarización respecto a la desigualdad

En esta sección examinaremos la relevancia aplicada de la medida de polarización. Se trata de verificar que, dentro del conjunto de distribuciones de renta empíricamente observables, las medidas de polarización se comportan de manera significativamente distinta a las medidas de desigualdad. Para ello realizaremos dos ejercicios. En primer lugar, calcularemos la correlación parcial entre los diversos índices. En segundo lugar, con un enfoque más cualitativo, identificaremos y analizaremos pares de distribuciones que sean ordenados de forma distinta por los índices de desigualdad y de polarización.

Un procedimiento estadístico para cuantificar el grado de afinidad entre dos variables es a través de la computación de los coeficientes de correlación parcial. Tales coeficientes ofrecen una indicación sobre la entidad de tal relación.

Cuadro 3: CORRELACIÓN DINÁMICA ENTRE DESIGUALDAD Y POLARIZACIÓN

	Gini	A(0,5)	A(2)	A(100)	P(1)	P(1,5)
Gini	1,00					
A(0,5)	0,99	1,00				
A(2)	0,99	0,99	1,00			
A(100)	0,67	0,66	0,67	1,00		
P(1)	0,89	0,90	0,89	0,59	1,00	
P(1,5)	0,72	0,74	0,73	0,52	0,95	1,00

En el Cuadro 3 han sido calculados los coeficientes de correlación parcial para el periodo 1955-89 entre las medidas de polarización y las de desigualdad contempladas. En primer lugar, los resultados revelan un extraordinario grado de similitud entre las diversas medidas de desigualdad, excepción hecha del índice de Atkinson A(100). Claro está que, siempre que no se crucen las curvas de Lorenz, todos los índices de desigualdad que manejamos ordenarán las distribuciones de la misma manera. Lo que resulta sorprendente es el alto grado de correlación entre los valores numéricos de estas medidas. El índice A(100) se comporta de forma más diferenciada respecto a todos los demás y lo trataremos aparte.

La correlación entre las medidas de polarización y las de desigualdad [excepto A(100)] es sensiblemente más baja. Sin embargo, es interesante observar que es

(9) En Esteban, Gradín y Ray (1996) ofrecemos una solución distinta al problema de la agrupación para el caso en el que sabemos *a priori* que la distribución es bi-polar.

mayor que la que existe entre el índice A(100) y las demás medidas de desigualdad. El hecho de que tanto la polarización como A(100) presenten una menor correlación con las demás medidas de desigualdad no implica que tengan comportamientos similares. En efecto, la máxima diversidad se da entre los índices de polarización y A(100)<sup>10</sup>. En consecuencia, podemos concluir que, desde este punto de vista, la polarización se comporta de manera significativamente distinta de las medidas de desigualdad, incluso dentro del conjunto de distribuciones que estamos analizando.

El cuadro 4 muestra la dirección de los cambios experimentados por las medidas de desigualdad y las de polarización a lo largo del periodo 1955-89 para los dos tipos

Cuadro 4: SENTIDO DE LA VARIACIÓN TEMPORAL DE LOS ÍNDICES, A.6

	Polarización		Desigualdad			
	$\alpha=1$	$\alpha=1,5$	Gini	A (0,5)	A (2)	A(100)
1955-57	-	+	-	-	-	+
1957-60	-	+	-	-	-	-
1960-62	+	+	+	+	+	-
1962-64	+	+	+	+	+	+
1964-67	-	-	-	-	-	-
1967-69	-	-	-	-	-	-
1969-71	+	+	-	-	-	-
1971-73	+	+	-	-	-	-
1973-75	-	-	+	+	+	+
1975-77	+	+	-	-	-	+
1977-79	-	-	-	-	-	-
1979-81	+	+	-	-	-	-
1981-83	+	+	+	+	+	+
1983-85	-	-	-	-	-	-
1985-87	+	+	-	-	-	-
1987-89	+	+	+	+	+	+

(10) Para 12 intervalos, los índices de polarización presentan una correlación positiva con los índices de desigualdad, con un notable grado de diferenciación respecto a ellos aún mayor que el que presenta el índice A(100). El que tanto los índices de polarización como el A(100) presenten diferenciación respecto de los demás, no implica que exista similitud entre polarización y A(100). En efecto, tanto P(1) como P(1,5) tienen una correlación menor con A(100) que con las demás medidas de desigualdad.

CORRELACIÓN DINÁMICA ENTRE DESIGUALDAD Y POLARIZACIÓN. A.12

	Gini	A(0,5)	A(2)	A(100)	P(1)	P(1,5)
Gini	1,00					
A(0,5)	0,99	1,00				
A(2)	0,99	0,99	1,00			
A(100)	0,83	0,83	0,84	1,00		
P(1)	0,77	0,77	0,78	0,68	1,00	
P(1,5)	0,45	0,46	0,47	0,45	0,91	1,00



de agregación. En particular, el signo (+) indica aumento del índice respecto del valor anterior, (-) refleja un descenso y por último (=) una estabilización del valor. Hemos subrayado los años en los que las Curvas de Lorenz se cruzan.

Nos proponemos identificar casos en los que polarización y desigualdad ordenan distribuciones de forma distinta. En cinco ocasiones, 1969-71, 1971-73, 1973-75, 1979-81 y 1985-87, la desigualdad disminuye para todas las medidas, puesto que las curvas de Lorenz no se cortan, y la polarización aumenta para P(1) y P(1,5). Por lo que se refiere a los años con intersección de las curvas de Lorenz, tenemos en primer lugar los años 1960-62 y 1975-77 en los que la polarización aumenta para ambas medidas. Finalmente, observemos que aparecen dos casos de contradicción entre ambos índices de polarización que examinaremos posteriormente con mayor detalle. Se trata de los años 1955-57 y 1957-60. Hay que destacar que en ambos casos las curvas de Lorenz se cortan.

Estudiemos ahora algunos ejemplos de distribuciones en las que se produce contradicción entre polarización y desigualdad.

Consideremos los cambios en 1971-73 y en 1973-75. En los Gráficos 3 y 4 se presentan los diagramas de barras de las frecuencias comparadas en ambos casos. En el primer caso tenemos un aumento de la polarización, junto con una disminución de la desigualdad y en el segundo caso el comportamiento contrario.

Observemos en primer lugar que para 1971-73 se ha producido una concentración de frecuencias en el intervalo 60-80 procedente del intervalo de renta inferior y, en parte, del superior. En el otro extremo de la distribución también se ha producido una concentración en el intervalo 120-140, procedente del intervalo superior y de intervalos inferiores. Ambos cambios pueden interpretarse como una transferencia de Dalton de provincias más ricas en beneficio de provincias más pobres. En efecto, las curvas de Lorenz no se cortan y 1973 resulta más igualitario que 1971. Sin embargo, estas transferencias han producido una mayor bi-polarización en torno a 60-80 y 120-140, a expensas de los extremos y del intervalo central 80-100. En consecuencia, la menor desigualdad viene acompañada de una mayor polarización.

Gráfico 3: DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS, AÑOS 1971-1973

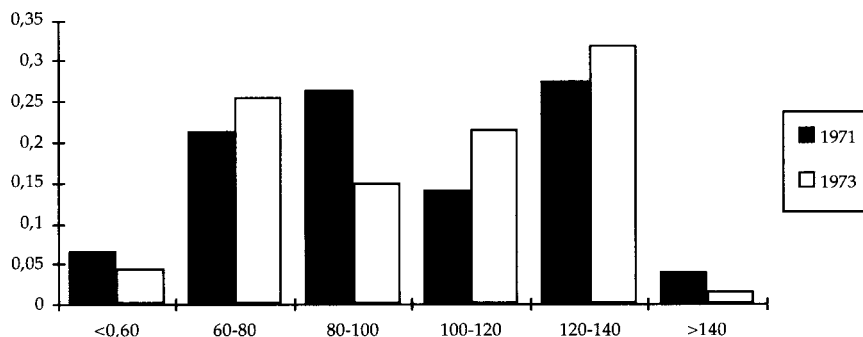
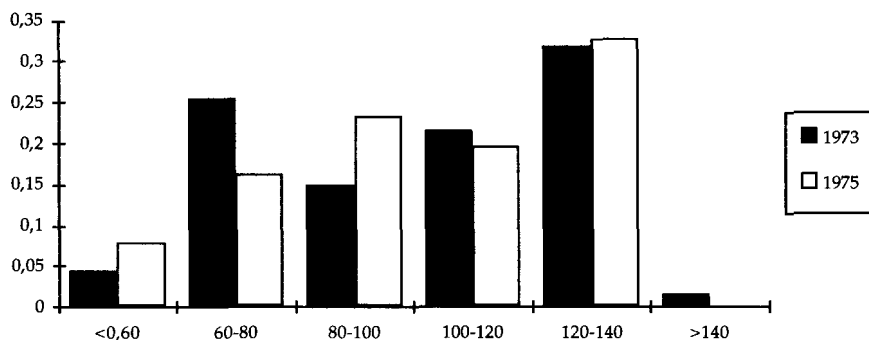


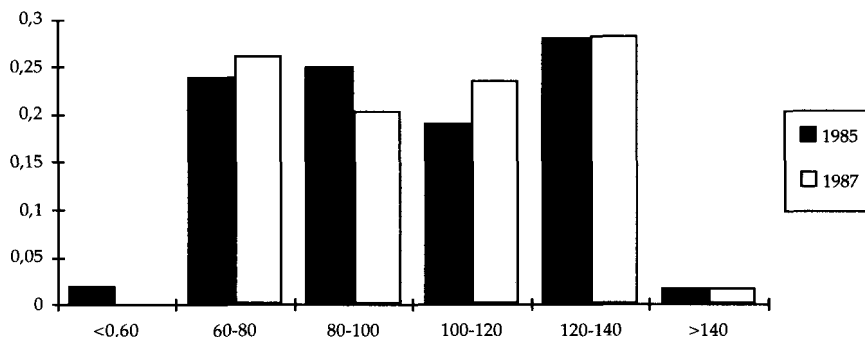
Gráfico 4: DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS, AÑOS 1973-1975



Los cambios registrados en el intervalo 1973-75 en desigualdad y polarización son también opuestos, pero en dirección contraria. La polarización disminuye, mientras la desigualdad aumenta. Si examinamos el Gráfico 4 observaremos que el cambio más notorio es la disolución del polo existente en el intervalo 60-80. La reducción de frecuencia se reparte entre el intervalo inferior <0,60 y el intervalo superior 80-100. Esta mayor dispersión de frecuencias comporta un aumento de la desigualdad, pero una disminución de la polarización de la distribución de 1975 respecto a la de 1973.

Finalmente, en el periodo 1985-87 volvemos a observar un comportamiento similar al del primer caso que hemos examinado. Aquí, de nuevo, la polarización aumenta y la desigualdad disminuye. Se registra una concentración en los intervalos 60-80 y 100-120. En el primer caso, procedente del intervalo inferior, y en pequeña

Gráfico 5: DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS, AÑOS 1985-1987



medida del inmediato superior, y en el segundo caso procedente de nuevo del intervalo inferior 80-100. Desde el punto de vista de la desigualdad, es evidente que estos cambios han de ser juzgados como un mayor igualitarismo. Sin embargo, la polarización se ha acentuado (ligeramente).

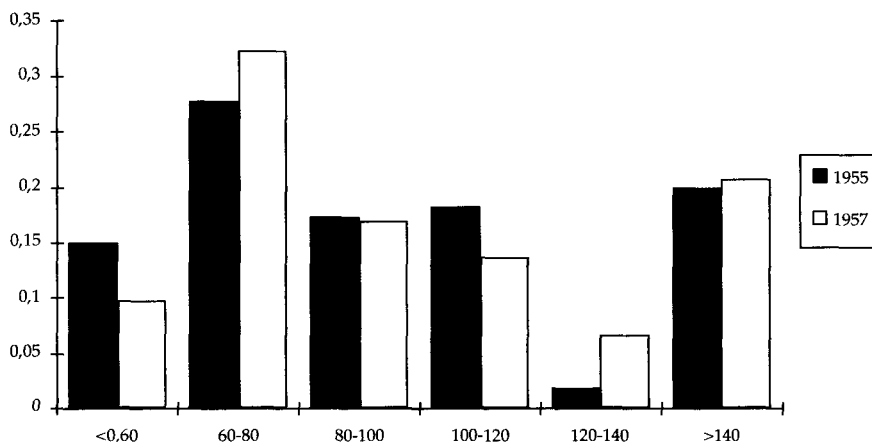
Hemos constatado, pues, que desigualdad y polarización frecuentemente se mueven en direcciones opuestas. De hecho, el examen de los casos seleccionados revela que en todos ellos se producen concentraciones o dispersiones de frecuencias en puntos distintos del central, dando lugar a la formación y disolución de polos. Ambas herramientas de análisis nos dicen, pues, cosas significativas y distintas respecto a los cambios en el perfil de la distribución.

### 3.4. Significación empírica de la sensibilidad a la polarización $\alpha$

Vamos a estudiar ahora brevemente el papel del parámetro  $\alpha$ . Hemos visto en el Cuadro 3 que la polarización está menos correlacionada con cualquiera de los índices de desigualdad cuanto mayor sea el valor del parámetro  $\alpha$ . Este hecho se corresponde con la motivación teórica que se da en Esteban y Ray (1994). Especialmente, para la agrupación A.12, al pasar de P(1) a P(1,5) se producen disminuciones sustanciales en el coeficiente de correlación con cada unos de los índices de desigualdad. Por lo tanto, la evidencia empírica claramente corrobora la interpretación de que  $\alpha$  es un índice de hasta qué punto es distinta la polarización respecto a la desigualdad.

En segundo lugar, examinemos los casos de contradicciones en el orden generado por ambos índices de polarización. Si nos restringimos a la ordenación de años consecutivos, aparecen dos casos de conflicto. Se trata de los años 1955-57 y 1957-60. Los diagramas de barras de las distribuciones de frecuencias correspondientes se representan en los gráficos 6 y 7.

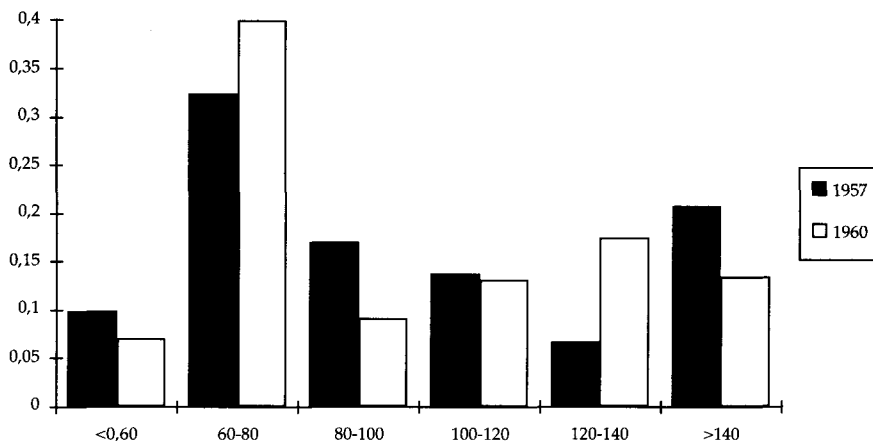
Gráfico 6: DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS, AÑOS 1955-1957



En 1955-57,  $P(1)$  detecta una disminución de la polarización, mientras que ésta ha aumentado, según  $P(1,5)$ . Si observamos los tres primeros intervalos podemos comprobar que ha habido una transferencia de frecuencias desde el más bajo en parte hacia el intervalo siguiente y el resto hacia el intervalo 120-140. Aquí ha habido concentración de probabilidad, también a expensas de 100-120. Además se registra un pequeño incremento en el intervalo más alto. El resultado final de este conjunto de movimientos es que, por una parte, se ha acentuado la polarización en el extremo inferior de la distribución. Pero, por otra si observamos los cuatro intervalos más altos podemos ver que las frecuencias se han hecho más similares entre sí. Estamos ante un conflicto entre unos movimientos que acentúan la polarización y otros que la atenúan. Es por esta razón que las medidas de polarización dan un resultado ambiguo.

El Gráfico 7 recoge las frecuencias de los años 1957-1960. Aquí, el proceso descrito continúa y se acentúa. Se trata, además, de periodos consecutivos. Observemos que la frecuencia se concentra más aún en el intervalo 60-80, proviniendo de los intervalos inmediatamente adyacentes. Sin embargo, en el otro extremo de la distribución se está produciendo el fenómeno contrario: las frecuencias de 1960 son más similares entre sí que las de 1957. Aquí, pues, se combina una fuerte concentración en los tres intervalos bajos y una distribución casi uniforme en los tres altos. Es, pues, natural que se produzcan discrepancias en la valoración del cambio.

Gráfico 7: DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS, AÑOS 1957-1960



#### 4. CONCLUSIONES

La distribución territorial de la renta en España a lo largo del periodo 1955-1989 ha experimentado una notable disminución de la desigualdad y, también, de la polarización. Con todo, se observa un cambio de tendencia en los últimos años. En el caso de la polarización este cambio de tendencia se presenta antes que en las medidas de

desigualdad. Mientras que la reducción de la desigualdad ha sido clara y significativa, la evolución de la polarización no ha sido paralela en absoluto. La disminución global ha sido muy moderada, con un aumento significativo en el último periodo. Ello parece indicar que la importante disminución de la desigualdad no puede interpretarse como una convergencia hacia la media nacional de todas las provincias españolas.

Es significativo que esta marcada tendencia a la disminución de la desigualdad se haya visto truncada desde comienzos de la década de los ochenta. Una posible explicación de esta evidencia es que, con la integración en la Unión Europea, se ha abierto un nuevo proceso de convergencia dentro del nuevo espacio económico, al que han reaccionado de forma más inmediata las provincias más dinámicas.

En cuanto al comportamiento de las medidas de polarización, los principales resultados obtenidos son los siguientes: en primer lugar, hemos comprobado que, incluso dentro del subconjunto de las distribuciones aquí examinadas, el comportamiento de los índices de polarización se diferencia claramente del de los índices de desigualdad. Es cierto que, para grados muy elevados de aversión a la desigualdad, los índices de desigualdad se comportan también de manera significativamente distinta que los índices habituales. Sin embargo, hemos comprobado que hay muy poca correlación entre los índices de polarización y el  $A(100)$ . En consecuencia, se diferencian de los índices básicos de desigualdad de manera distinta.

También dentro del subconjunto de distribuciones que aquí hemos estudiado ha sido posible comprobar que los resultados del análisis de la polarización dependen críticamente del parámetro  $\alpha$  que indica la sensibilidad a la polarización. En efecto, por una parte, hemos comprobado que la correlación entre polarización y desigualdad es tanto más débil cuanto mayor es el valor de  $\alpha$ . Por otra parte, hemos podido observar que la ordenación de distribuciones consecutivas en términos de polarización puede verse alterada en función del valor escogido para el parámetro  $\alpha$ .

Por último, hemos examinado la sensibilidad de los resultados sobre polarización respecto a la agrupación de la información de base en intervalos de renta. El fenómeno más relevante es que la medida de polarización se vuelve tanto más volátil cuanto mayor es el número de intervalos. La causa de ello es que en nuestro trabajo las unidades de base son las provincias, algunas de las cuales tienen gran cantidad de población. Una clarificación de la sensibilidad de las medidas de desigualdad a la agrupación previa de la información necesita de un posterior trabajo en el que la información de base sea individual.



#### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Atkinson A.B. (1970): "On the Measurement of Inequality", *Journal of Economic Theory* 3, págs. 244-263.
- Cowell, F.A. (1977): *Measuring Inequality*, Philip Allan, Deddington.
- Cowell, F.A. (1980): "On the Structure of Additive Inequality Measures", *Review of Economic Studies* 47, págs. 521-531.
- Dutta, B. y J. Esteban (1992): "Social Welfare and Equality", *Social Choice and Welfare* 9, págs. 267-276.
- Esteban, J. (1994): "La desigualdad interregional en Europa y en España: descripción y análisis", en Esteban y Vives, págs. 13-84.
- Esteban, J. y D. Ray (1991): "On the Measurement of Polarization", Institute for Economic Development Discussion Paper 18, Boston University.

- Esteban, J y D. Ray (1993): "El Concepto de Polarización y su Medición", *Igualdad y Distribución de la Renta y la Riqueza vol. 2*, págs. 1-35, Fundación Argentaria, Madrid.
- Esteban, J. y D. Ray (1994): "On the Measurement of Polarization", *Econometrica* 62, págs. 819-852.
- Esteban, J. y D. Ray (1994a): "Conflict and Distribution", Conference on Income Distribution, Universidad Carlos III, Madrid, december 1994.
- Esteban, J. y X. Vives (1994): *Convergencia y Crecimiento Regional en España y Europa* (2 vols.), Instituto de Análisis Económico, Bellaterra.
- Esteban, J., C.M. Gradín y D. Ray (1996): A Simple Measure of Bi-Polarization, manuscrito, Institut d'Anàlisi Econòmica, CSIC.
- Gradín, C.M. (1994): Aproximación a la Aplicación de una Medida de Polarización de Rentas, manuscrito, Universitat Autònoma de Barcelona.
- Gradín, C. M. (1995): A Note on the Measurement of Polarization, manuscript, Universitat Autònoma de Barcelona.
- Midlarski, M.I. (1988): "Rulers and the Ruled. Patterned Inequality and the Onset of Mass Political Violence", *American Political Science Review* 82, 1988, págs. 491-509.
- Muller, E.N. and M.A. Seligson (1987): "Inequality and Insurgency", *American Political Science Review* 81, págs. 425-451.
- Muller, E. N., M.A. Seligson and H. Fu (1989): "Land Inequality and political Violence", *American Political Science Review* 83, págs. 577-586.
- Nagel, J. (1974): "Inequality and Discontent: A non-linear hypothesis", *World Politics* 26, págs. 453-472.
- Ram, R. (1992): "Interstate income Inequality in the United States: measurement, modelling and characteristics", *Review of Income and Wealth* 38, págs. 39-48.
- Sen, A. (1973): *On Economic Inequality*, Oxford University Press, Oxford.
- Shorrocks, A.F. (1982): "Inequality Decomposition by Factor Components", *Econometrica* 50, págs. 193-211.
- Stark, O. y S. Yitzhaki (1982): "Migration, Growth, Distribution and Welfare", *Economic Letters* 10, págs. 243-249.
- Theil, H. (1967): *Economics and Information Theory*, North Holland, Amsterdam.
- Wolfson, M.C. (1994): "When Inequalities Diverge", *American Economic Review* 84, 2, págs. 353-358.

*Fecha de recepción del original: febrero, 1996*

*Versión final: enero, 1997*

#### ABSTRACT

This paper is devoted to a first application of the polarisation measure proposed in Esteban and Ray (1994). The aim of the exercise is to make a first reflection on the problems posed by the use of this type of measure.

To that end we examine the evolution of polarisation and inequality in the inter-provincial distribution of income in Spain during the period 1955-1981. Our results show that the polarisation indicators behave in a way that is markedly different from those of inequality. Similarly, we confirm that the  $\alpha$  parameter of sensitivity to polarisation gives rise to a family of indexes that exhibit greater disparity with respect to inequality. Finally, we identify the problem of high volatility of the polarisation indexes and that this volatility is sensitive to the number of income intervals being considered.

*Keywords:* polarisation, inequality, regional economics.