Revista de Economía Aplicada E A *Número 7 (vol. III), 1995, págs. 63 a 95*

POTENCIA DE LOS CONTRASTES DE RAÍZ UNITARIA EN SERIES AR(1) CON CAMBIO ESTRUCTURAL

M.ª DEL MAR SÁNCHEZ DE LA VEGA
Universidad de Murcia

En este trabajo se investigan, mediante simulación de Monte Carlo, los efectos que produce un cambio en la constante de un proceso autorregresivo sobre la potencia empírica de tres grupos de contrastes de raíz unitaria: los contrastes tradicionales (que no contemplan el cambio), los contrastes específicos que contemplan un cambio en la media y los contrastes de la hipótesis nula de estacionariedad frente a la alternativa de raíz unitaria. Estos valores de potencia se comparan con los valores correspondientes cuando no existe cambio. Los resultados reflejan que el análisis tradicional de raíz unitaria puede resultar totalmente erróneo, sobre todo en presencia de cambio. Las conclusiones serán más fiables si se complementa el estudio aplicando los tests específicos que lo contemplan y el test de la hipótesis nula de estacionariedad.

Palabras clave: potencia empírica, tests, raíz unitaria, cambio estructural.

El objeto del presente trabajo es aportar, mediante un estudio de simulación de Monte Carlo, nuevas informaciones acerca de la potencia empírica de los tests de raíz unitaria cuando se aplican a series que contienen cambio estructural. El problema esencial en el que nos centramos es el de contrastar la hipótesis nula de existencia de raíz unitaria en una serie temporal (la serie es integrada), en series estacionarias alrededor de un nivel que presentan un cambio estructural en un momento del tiempo, consistente en una modificación del nivel. Un primer objetivo es determinar la potencia de los contrastes de raíz unitaria que no contemplan la existencia de cambio en series I(0) que lo presentan. El segundo es estudiar el interés de aplicar un contraste de raíz unitaria que contempla el cambio cuando se sospecha que la serie presenta esta característica. El estudio proporciona también información sobre los contrastes en situaciones sin cambio y una indicación sobre qué contraste es el más recomendable en cada situación.

Nuestro trabajo tiene un interés práctico evidente, ya que es de gran importancia determinar correctamente si una serie es I(0) o I(1), debido a las implicaciones estadísticas y económicas que tiene el que la serie tenga un orden de integración u otro. Si una serie es I(0), es estacionaria en varianza (aunque puede ser no estacionaria en media) y las innovaciones aleatorias tienen sólo una influencia temporal sobre la trayectoria histórica de la serie. Por el contrario, la varianza de una serie I(1) tiende a infinito cuando t aumenta, por lo que la serie es no estacionaria en varianza. En este último caso, los *shocks* aleatorios tienen un efecto permanente sobre el sistema (las fluctuaciones no son transitorias)[1].

En la sección 1 se hace hincapié sobre estas cuestiones, presentando una motivación del problema y una exposición de los trabajos más relevantes existentes en la literatura relacionados con él.

En la sección 2 se describe el estudio de simulación realizado. Los modelos generados y los estadísticos analizados se detallan en la sección 3. En la sección siguiente, se analizan los resultados obtenidos en la simulación. Finalmente, se presentan las conclusiones más significativas que se desprenden del trabajo.

1. EL PROBLEMA DEL CONTRASTE DE RAÍZ UNITARIA EN PRESENCIA DE CAMBIO ESTRUCTURAL

Las investigaciones llevadas a cabo en los últimos años consideran que muchas series pueden ser representadas como estacionarias alrededor de una tendencia lineal o de un nivel que presenta un cambio estructural. En esta línea, el trabajo pionero de Rappoport y Reichlin (1989) consideró las series analizadas por Nelson y Plosser (1982)[2] y contrastó la hipótesis de que sus desviaciones respecto de una tendencia segmentada tengan que diferenciarse para alcanzar estacionariedad, esto es, que contengan raíz unitaria, frente a la alternativa de que sean estacionarias alrededor de una tendencia de este tipo. Para ello, utilizaron el estadístico t habitual en una regresión del tipo Dickey-Fuller que incluye una tendencia segmentada, haciendo uso de valores críticos distintos de Dickey-Fuller estándar calculados por ellos. Esta técnica se aplicó en el marco del modelo MOISEES [Molinas *et al.* (1990)] de la economía española, tal como se detalla en Andrés *et al.* (1990), obteniendo que mediante este procedimiento algunas series eran I(1) con una tendencia segmentada, mientras que la aplicación de los tests de Dickey-Fuller estándar inducía a no rechazar la hipótesis de que las series fuesen I(2). Otros estudios empíricos en esta dirección, aparecen entre otros en Perron (1989, 1990), Zivot y Andrews (1992), Perron y Vogelsang (1992), Serletis (1992) y Banerjee *et al.* (1992).

La representación de una serie como estacionaria alrededor de una tendencia lineal o nivel con cambio supone que los *shocks* tienen carácter transitorio y únicamente se producen efectos permanentes cuando se deben a algunos *shocks* que tienen lugar en algún (o algunos) momento(s) del tiempo relacionados con algún suceso importante y de gran transcendencia. Este comportamiento contrasta con el que presentan las series que tienen raíz unitaria, cuya tendencia es (al menos en parte) estocásti-

(1) Nelson y Plosser (1982) analizan en profundidad las diferencias entre series I(0) e I(1); también se tratan en el capítulo 3 de Sánchez de la Vega (1993).

(2) Nelson y Plosser (1982) consideraron un conjunto de las series macroeconómicas más representativas (entre ellas, PIB real y nominal, PIB real per cápita, Producción Industrial, Desempleo, etc.) correspondientes a EE.UU., para las cuales contrastaron la hipótesis de raíz unitaria mediante el procedimiento de Dickey y Fuller (1979). Su conclusión fue que para todas las series, excepto una, los tests no rechazan la hipótesis de raíz unitaria. Resultados similares obtuvieron Perron y Phillips (1987) y Perron (1988) utilizando la generalización del test de Phillips (1987) dada en Phillips y Perron (1988).

ca y contiene la acumulación de innovaciones aleatorias, cada una de las cuales tiene efecto permanente sobre la trayectoria futura de la serie.

Por tanto, es de gran interés distinguir si una serie es de un tipo u otro, ya que tienen propiedades muy distintas tanto desde el punto de vista estadístico como económico.

Por otro lado, estudios recientes [Perron (1989, 1990), Balke y Fombi (1991), Hendry y Neale (1991), Sánchez de la Vega (1993)] reflejan que las características de estacionariedad alrededor de una tendencia lineal o un nivel que cambia en algún momento del tiempo pueden imitar las de una serie con raíz unitaria y, de hecho, los tests de raíz unitaria pueden no rechazar equivocadamente la hipótesis nula en estas condiciones.

Tras la aportación inicial de Rappoport y Reichlin (1989) se han sugerido nuevos procedimientos para contrastar la existencia de raíz unitaria en presencia de cambio estructural[3]. Algunos de ellos son objeto de estudio en el presente trabajo.

El desconocimiento de si la serie objeto de análisis presenta o no cambio estructural impide que se pueda determinar de antemano el procedimiento de contraste adecuado a seguir. Debido a esto, resulta de gran interés cuanta información pueda aportarse acerca del comportamiento de los distintos contrastes, en particular, sobre la probabilidad de rechazo de la hipótesis nula ante distintas alternativas, pudiendo presentar éstas cambio estructural. El estudio realizado en el presente trabajo aporta información amplia y sistematizada acerca de estas cuestiones. Hasta el momento no se había llevado a cabo un estudio que investigara de esta forma los efectos de un cambio estructural sobre los contrastes de raíz unitaria; igualmente, el comportamiento de los contrastes específicos apenas se había estudiado.

En el cuadro siguiente se presentan de manera esquemática las aportaciones más relevantes realizadas acerca del impacto de un cambio estructural sobre los contrastes de raíz unitaria, así como los estudios empíricos que contemplan la existencia de cambio en las series analizadas, algunas de las cuales se han comentado anteriormente. En un primer bloque aparecen las aportaciones relativas a la influencia de un cambio estructural sobre los contrastes de raíz unitaria indicando en la primera columna el trabajo; en la segunda, el estadístico de contraste analizado; en la tercera, el estudio realizado y en la cuarta, una breve descripción de los resultados. En el segundo, se presentan las aplicaciones realizadas en series económicas indicando en la primera columna el trabajo; en la segunda, las series analizadas; en la tercera, la técnica utilizada y en la cuarta, un pequeño resumen de las conclusiones más relevantes. En cada bloque las referencias están ordenadas cronológicamente.

(3) Una amplia panorámica de estos contrastes se presenta en Sánchez de la Vega y Beyaert (1994).

Cuadro 1: ESTUDIOS DE LA EXISTENCIA DE RAÍZ UNITARIA EN PRESENCIA DE CAMBIO ESTRUCTURAL

Trabajo	Estadístico	Estudio	Resultados
Perron (1989)	ρ_τ de D-F	Análisis mediante simulación de su distribución en series estacionarias alrededor de una tendencia lineal con cambio.	La distribución tiende a estar más concentrada hacia el valor 1 cuanto mayor sea la magnitud del cambio.
Perron (1990)	ρ_μ de D-F	Análisis mediante simulación de su distribución en series con una media que presenta un cambio en un momento del tiempo.	Análogos a los de Perron (1989)
Andrés *et al.* (1990)	Estadístico tipo t de D-F	Estudio del contraste cuando se aplica a un paseo aleatorio con tres derivas distintas generado por simulación.	El test de D-F induce a pensar que la serie es I(2)
Hendry y Neale (1991)	τ_μ de D-F	Estudio de simulación de la potencia en series AR(1) estacionarias con un cambio en el término constante	El test puede no rechazar erróneamente la existencia de raíz unitaria en una gran proporción.
Balke y Fombi (1991)	Estadístico tipo t de D-F	Estudio del comportamiento en muestra finita en un modelo general con cambios infrecuentes	El contraste conduce a conclusiones erróneas en muchos casos.

Trabajo	Series analizadas	Técnica	Resultados
Rappoport y Reichlin (1989)	Series de Nelson y Plosser	Tests de raíz unitaria con tendencia segmentadas de Rappoport y Reichlin	RH_0 en algunas series frente a la alternativa de estacionariedad con tendencia segmentada.
Perron (1989)	Series de Nelson y Plosser y serie trimestral del PIB real de la postguerra en EE.UU.	Tests de raíz unitaria con cambio en tendencia lineal de Perron (1989).	RH_0 en 11 de las 14 series de Nelson y Plosser y en la serie trimestral del PIB real.
Andrés *et al.* (1990)	Inversión(I), PIB(Y), I-Y, Grado de utilización de capacidad productiva(CU), Coste de uso del capital(c/p), Tasa de variación del deflactor del PIB(π)	Tests de raíz unitaria con tendencias segmentadas de Rappoport y Reichlin y test de D-F	I, Y, I-Y: I(1) con tendencias segmentadas CU, c/p, π: I(1)
Perron (1990)	Tipo de interés real, tasa de desempleo, relaciones de índices de comercio en EE.UU.	Tests de raíz unitaria con cambio en la media en tiempo conocido de Perron (1990)	Dependen del estadístico utilizado y de la forma de considerar el cambio
Perron y Vogelsang (1992)	Tipo de cambio real EE.UU-RU y EE.UU. Finlandia	Tests de D-F y tests de Perron y Vogelsang (1992) con cambio en la media en tiempo desconocido.	Tests de D-F: no RH_o Tests de P-V:RH_o

Cuadro 1: (Continuación)
ESTUDIOS DE LA EXISTENCIA DE RAÍZ UNITARIA EN PRESENCIA DE CAMBIO ESTRUCTURAL

Trabajo	Series analizadas	Técnica	Resultados
Zivot y Andrews (1992)	Series estudiadas por Perron (1989)	Tests de Z-A (1992) con cambio en tendencia en tiempo desconocido	RH_0 en menos casos que Perron (1989)(entre ellos, producción industrial y PIB nominal y real)
Serletis (1992)	PIB real de Canadá	Tests de Perron (1989) y Z-A (1992) y tests de D-F	Tests de D-F: no RH_0 Tests de Perron y Z-A: RH_0
Banerjee *et al.* (1992)	*Output* de Canadá, Francia, Alemania, Italia, Japón, Reino Unido y EE.UU.	Tests de D-F y tests con cambio de Banerjee *et al.*	RH_0 en Canadá y Japón En el resto de países no hay evidencia clara de rechazo.
Simkins (1994)	Series de Nelson y Plosser	Técnicas de Perron (1990) adaptadas a la posibilidad de varios cambios	No RH_0 en la mayoría de las series.

2. EL ESTUDIO DE SIMULACIÓN

El estudio de simulación, basado en 10.000 repeticiones, consiste en calcular las probabilidades de rechazar la hipótesis de raíz unitaria[4] en las situaciones siguientes:

a) Se aplica un test tradicional[5] de raíz unitaria a una serie estacionaria alrededor de un nivel sin cambios.

b) Se aplica un test tradicional de raíz unitaria a una serie estacionaria alrededor de un nivel que cambia en algún momento del tiempo. Se aplica también un test de este tipo a series que siguen un paseo aleatorio que presenta una deriva no nula a partir de un momento del tiempo.

c) Se aplica un test de raíz unitaria específico para la presencia de cambio estructural a series que presentan esta característica y a series sin cambio.

d) Se aplica el test de la hipótesis nula de estacionariedad dado por Kwiatkowski y otros (1992) a las series estacionarias analizadas en los casos anteriores.

Aunque la información recogida en a) ya ha sido abordada, por lo menos parcialmente, en diversos artículos [Dickey y Fuller (1981), Dickey (1984), Nankervis y

(4) Dentro del estudio de simulación realizado se calculan los valores críticos bajo la hipótesis nula, en muestra finita, para los distintos tamaños muestrales que se consideran. Estos valores críticos coinciden con los calculados por los autores correspondientes, en los casos en los que se dispone de ellos. La razón por la que en el estudio se han calculado los valores críticos en muestra finita de los distintos estadísticos es que no se dispone de ellos en los tamaños muestrales considerados aquí para todos los estadísticos. En algunos casos incluso, sólo se han calculado en los distintos trabajos existentes en la literatura valores críticos asintóticos. Para homogeneizar el estudio, para todos los estadísticos se utilizan los valores críticos calculados por nosotros.

(5) Entendiendo por éstos los que no contemplan el cambio estructural.

Savin (1985)], no deja de tener interés nuestro estudio. En efecto, por un lado, aporta información hasta ahora inexistente sobre algunos tests en los que tal análisis no se ha llevado a cabo y, sobre todo, permite comparar convenientemente entre sí los distintos tests tradicionales en ausencia de cambio al homogeneizar las condiciones y situaciones del estudio (usando los mismos valores de los parámetros y tamaños muestrales para todos los tests); por otro lado, permite disponer de un punto de referencia con el que comparar las potencias de los mismos tests cuando hay cambio estructural, para obtener, de esta forma, una medida más precisa del grado en que la presencia de un cambio puede alterar de manera apreciable dichas potencias.

La información obtenida en b) refleja las alteraciones que el cambio produce en la potencia, por comparación con los resultados obtenidos en a). Además, esto nos permite comparar entre sí los distintos tests e intentar determinar los que pueden tener una mejor potencia ante estas alternativas. Por otro lado, se estudia la probabilidad de rechazo de cada uno de los tests cuando la serie está generada por un paseo aleatorio simple (que corresponde a la hipótesis nula de raíz unitaria que se considera) con un cambio que introduce una deriva no nula en una porción de la muestra. Estos cálculos nos informan acerca de las distorsiones en el tamaño de cada uno de los tests que produce la presencia de un cambio de este tipo en la hipótesis nula.

En este contexto ya se han realizado algunos trabajos de simulación, como el estudio de Hendry y Neale (1991) o los de Perron (1989 y 1990) sobre los tests de Dickey-Fuller, aunque son muy pocos y bastante limitados en cuanto a los distintos casos que se tratan. Por ello, nuestro trabajo en este apartado amplía considerablemente los estudios publicados hasta ahora: se estudia el comportamiento de numerosos contrastes, bajo distintas condiciones de cambio, tratadas de manera similar para todos ellos.

El objetivo de c) es analizar si los tests recientemente propuestos para contrastar específicamente la existencia de raíz unitaria en presencia de cambio estructural son más potentes que los tradicionales en series con cambio. Además, esta parte del estudio aporta información acerca de las conclusiones de estos contrastes en alternativas que no presentan cambios.

Estos tests de raíz unitaria con cambio estructural no se han estudiado en el contexto en que nosotros planteamos nuestra investigación. Nuestro análisis investiga aspectos como el efecto de considerar erróneamente el punto de cambio en los tests que toman el mismo como conocido.

Finalmente, el interés de d) radica en averiguar si un enfoque completamente distinto a los anteriores, como es el de Kwiatkowski y otros (1992), que contrasta la hipótesis nula de estacionariedad frente a la alternativa de raíz unitaria, puede llevar a conclusiones más acertadas, rechazando la existencia de raíz unitaria cuando la serie es estacionaria alrededor de un nivel que presenta un cambio estructural.

En todos los casos, se consideran diversas combinaciones de valores de los distintos parámetros del modelo y se pretende investigar la influencia que tiene cada uno de ellos sobre las potencias de los distintos tests. Concretamente, se estudiará para cada test cómo influyen en su potencia los siguientes elementos del modelo en que ésta se calcula:

- Valores de los parámetros que intervienen en el modelo.
- Tamaño muestral.
- Magnitud del cambio.
- Punto de la muestra en que se produce el cambio.

Además, en el cálculo de los tests de raíz unitaria bajo cambio estructural que toman el punto de cambio como conocido, éste se tomará tanto igual al verdadero valor de dicho punto, como con desviaciones respecto a él, para medir la influencia sobre el test de un error de este tipo.

3. Descripción de la simulación

3.1. Modelos generados

El modelo en que se centra nuestro estudio es el modelo AR(1) con deriva[6]. Este modelo tiene la expresión siguiente:

$$X_t = \mu + \delta_t + \rho X_{t-1} + e_t \qquad t = 1,2,...,T \qquad [1]$$

$$\text{con } \delta_t = 0 \qquad \text{si } t \leq T_0$$

$$\delta_t = \delta \qquad \text{si } t > T_0$$

donde T_0 denota el punto de cambio supuesto conocido y e_t son los errores Niid(0,1) generados en la simulación[7].

La consideración de este modelo está inspirada en el estudio de Hendry y Neale (1991)[8], del que se pretende hacer aquí una extensión en lo que se refiere a la parte común de su estudio con el nuestro.

Los valores considerados para los parámetros de los modelos se recogen en el siguiente cuadro:

---

(6) Utilizaremos el término deriva, que corresponde a la constante presente en un paseo aleatorio simple, para hacer referencia también a la constante que contiene un modelo AR(1) estacionario con media no nula.

(7) Para el proceso de generación de variables N(0,1) independientes se utilizó el algoritmo de Box-Muller [Yakowitz (1977), págs. 54-55], y las variables generadas fueron sometidas a un test de bondad de ajuste a una N(0,1) y a un test de independencia. Para más detalles sobre la simulación remitimos al lector interesado a Sánchez de la Vega (1993).

(8) Obviamente, este modelo no se corresponde con el de un autorregresivo de orden uno con una media que pasa de tener un valor a otro distinto a partir de un momento del tiempo; éste tendría la expresión:

$$X_t = \Delta_t + \rho X_{t-1} + e_t$$

$$\text{donde } \Delta_t = 0 \qquad \text{si } t \leq T_0$$

$$= \delta \qquad \text{si } t = T_0 + 1$$

$$= \delta(1-\rho) \qquad \text{si } t > T_0 + 1$$

El modelo considerado tiene interés, ya que, tal como ilustran Hendry y Neale (1991), una serie generada según [1] con $\rho < 1$ y $\delta \neq 0$ tiene un comportamiento muy similar (como se refleja en sus gráficos) al de una serie que sigue un paseo aleatorio. Así, el estudio trata de analizar el grado de error en que se incurre cuando se intenta contrastar la presencia de raíz unitaria en series que se han visto afectadas por un cambio institucional importante o un cambio de régimen (tal como la formación de un cártel de petróleo) que los autores modelizan como un cambio en la constante del proceso AR(1) de μ a $\mu + \delta$. Además, este modelo corresponde a una situación, ya observada por otros autores al analizar diversas series económicas [como Perron y Phillips (1987) o Miller (1988)], de distinto comportamiento de dos submuestras de una serie.

El análisis de existencia de raíz unitaria en presencia de una tendencia lineal con cambio estructural frente a la alternativa de estacionariedad alrededor de esta tendencia se trata en Sánchez de la Vega (1993) y se incluye en un trabajo en elaboración.

Cuadro 2: VALORES DE LOS PARÁMETROS DEL ESTUDIO DE SIMULACIÓN

T	T_0	μ	δ	ρ
25	10, 20	0	0	1
50	20, 40		0,5	0,95
100	20, 40, 60, 80		1	0,8
350	20, 40, 60, 70, 80, 140, 210, 280			0,5

Los valores de μ y δ son los mismos que consideran Hendry y Neale (1991) (notar que $\delta = 0$ corresponde a ausencia de cambio). El valor de $\rho = 1$ corresponde a la hipótesis nula de raíz unitaria; los valores de $\rho \neq 1$, correspondientes a modelos estacionarios, se eligieron con el fin de estudiar la potencia de los tests, tanto en alternativas próximas a la nula (ρ = 0,95 , 0,8), como en alternativas claramente distantes de ella (ρ = 0,5), analizando la influencia del valor de ρ en los distintos modelos, sobre la potencia.

Los distintos valores de δ nos miden la magnitud del cambio, mientras que el punto $T_0 + 1$ corresponde al momento en que se produce dicho cambio. El valor de T_0 se escogió de tal manera que coincide en los distintos tamaños muestrales y, por otra parte, en ocasiones corresponde a una misma fracción de la muestra para todos los tamaños muestrales.

3.2. Estadísticos analizados

Se han analizado tres grupos de estadísticos: los tests "tradicionales" de raíz unitaria, los tests de raíz unitaria específicos bajo cambio estructural que se han desarrollado recientemente y los tests de la hipótesis nula de estacionariedad frente a la alternativa de raíz unitaria.

I) Tests "tradicionales" de raíz unitaria.

a) $T(\hat{\rho}_\mu - 1)$, *con* $\hat{\rho}_\mu$ el estimador MCO del coeficiente de X_{t-1} en una regresión de X_t sobre una constante y X_{t-1} [Dickey-Fuller (1979)].

b) τ_μ: el estadistico t usual del coeficiente de X_{t-1} en una regresión de las primeras diferencias de X_t, ΔX_t, sobre una constante y X_{t-1} [Dickey-Fuller (1979)].

c) $Z(\hat{\rho}_\mu)$: estadístico corregido de Dickey-Fuller [según Phillips y Perron (1988)]

$$Z(\hat{\rho}_\mu) = T(\rho_\mu - 1) - \hat{\lambda}/m$$

$$\text{con} \quad m = T^{-2} \sum_{1}^{T} (X_t - \bar{X})^2$$

$$\bar{X} = T^{-1} \sum_{t=1}^{T} X_t , \quad \hat{\lambda} = \frac{1}{1} (s_{Tl}^2 - s^2)$$

siendo s^2 el estimador usual de la varianza, en la regresión de X_t sobre una constante y X_{t-1}, y

$$s^2_{Tl} = T^{-1}\sum_{1}^{T}\hat{u}_t^2 + 2T^{-1}\sum_{j=1}^{l}\omega_{jl}\sum_{t=j+1}^{T}\hat{u}_t\hat{u}_{t-j} \text{ con } \omega_{jl} = 1 - j/(l+1)$$

siendo $\hat{u}_t$ los residuos de dicha regresión.

[El valor de l que se considera es $l_4 = [4\,(T/100)^{1/4}]$ que se escogió entre las posibles propuestas de elección del mismo que aparecen en distintos estudios empíricos recientes como el de Schwert (1989) o el de Kwiatkowski y otros (1992)].

d) $Z(\tau_\mu)$: el estadístico τ_μ corregido en la forma de Phillips y Perron (1988)

$$Z(\tau_\mu) = (S/S_{re})\,\tau_\mu - \hat{\lambda}'\,.\,S_{re}/m^{1/2} \text{ con } \hat{\lambda}' = \hat{\lambda}/s^2_{Tl}$$

e) El estadístico R_1 de Bhargava (1986):

$$R_1 = \sum_{t=2}^{T}(X_t - X_{t-1})^2 / \sum_{t=1}^{T}(X_t - \bar{X})^2 \text{ con } \bar{X} = \sum_{t=1}^{T} X_t / T$$

II) Tests de raíz unitaria con cambio estructural.

a) $T(\tilde{\rho}-1)$, siendo $\tilde{\rho}$ el estimador MCO del coeficiente $\tilde{X}_{t-1}$ en una regresión de $\tilde{X}_t$ sobre $\tilde{X}_{t-1}$ [Perron (1990)],

$$\tilde{\rho} = \frac{\sum_{1}^{T}\tilde{X}_t\,.\,\tilde{X}_{t=1}}{\sum_{1}^{T}\tilde{X}^2_{t-1}}$$ donde $\tilde{X}_t$ son los residuos de una regresión de X_t sobre una constante y una variable ficticia DU_t;

$$DU_t = 1 \text{ si } t > T_B$$
$$= 0 \text{ si } t \leq T_B$$

(Tomaremos en su construcción el momento del cambio correcto o bien erróneo, esto es, haremos $T_B = T_0$ y $T_B \neq T_0$, con T_0 dado en 2.1).

b) $t_{\tilde{\rho}}$ [Perron (1990)], que es el estadístico t usual del coeficiente de $\tilde{X}_{t-1}$ en una regresión de $\Delta\tilde{X}_t$ sobre $\tilde{X}_{t-1}$, con $\tilde{X}_t$ de la misma forma que en a) (igual que antes, se hará $T_B = T_0$ y $T_B \neq T_0$).

c) $t_{\tilde{\rho}}(T_B^*) = \inf_{\lambda\in\Lambda} t_{\tilde{\rho}}(T_B)$ con $T_B = \lambda T$ y $\Lambda = \{0{,}1\,,0{,}2\,,0{,}3\,,0{,}4\,,0{,}5\,,0{,}6\,,0{,}7\,,0{,}8\,,0{,}9\}$ [Este estadístico está tomado de Perron y Vogelsang (1992), pero tomando el ínfimo en $\lambda\in\Lambda$ en lugar de hacerlo para T_B recorriendo todos los valores de 2 a T].

d) $t_{\tilde{\rho}}\,[T_B(\tilde{\delta})]$, [Perron y Vogelsang (1992), con la modificación comentada en c)] que representa el estadístico $t_{\tilde{\rho}}$ que aparece en b), calculado tomando en su construcción $T_B(\tilde{\delta})$ como el valor de T_B que minimiza el estadístico t para contrastar $\delta = 0$ en la regresión

$X_t = \mu + \delta DU_t + \tilde{X}_t$, t = 1,2,...,T tomando $T_B = \lambda T$ y λ recorriendo el conjunto Λ.

Señalamos aquí que los estadísticos $T(\tilde{\rho} - 1)$ y $t_{\tilde{\rho}}$ debidos a Perron (1990) consideran el punto de cambio como conocido, y elegido independientemente de los datos. Este punto se utiliza entonces para construir dichos estadísticos. Es el que nosotros denotamos por T_B. Como hemos indicado en los apartados II a) y II b) en su construcción haremos coincidir este punto con el verdadero punto de cambio en algunas simulaciones, pero en otras tomaremos otros puntos desviados de él para analizar hasta qué punto un error en este sentido afecta a los resultados y propiedades del test correspondiente (en esta segunda situación sólo se realizarán algunos experimentos en algunos valores muestrales y parámetros del modelo).

III) Test de Kwiatkowski y otros (1992) (test de la hipótesis nula de estacionariedad frente a la alternativa de raíz unitaria).

– Estadístico de Kwiatkowski:

$$\hat{\eta}_\mu = T^{-2} . \sum_{t=1}^{T} S_t^2 / s_{Tl}^2$$

con $S_t = \sum_{i=1}^{t} (X_i - \bar{X})$; $\bar{X} = T^{-1} . \sum_{t=1}^{T} X_t$ y s_{Tl}^2 tiene la expresión dada en I-c), sustituyendo $\hat{u}_t$ por $X_t - \bar{X}$. (Se tomarán dos valores para l, l = 0 y l = l_4).

4. Análisis de los resultados

Los resultados que se obtienen en la simulación se presentan en los cuadros 3 a 15. En estos cuadros figuran las potencias del estadístico que en él se indica, correspondientes al tamaño muestral y momento de cambio indicado por su fila, y al valor del parámetro autorregresivo y magnitud del cambio indicados en su columna. Pasaremos a comentar estos resultados a continuación.

4.1. Tests tradicionales de raíz unitaria

Los resultados (correspondientes a los cuadros 3 a 7) muestran que hay un conjunto de consideraciones generales que se pueden hacer para todos los estadísticos de este grupo.

En primer lugar indicaremos que aparece un comportamiento que cabe esperar en cualquier análisis de este tipo: en cualquiera de los casos la potencia (columnas correspondientes a $\rho < 1$) aumenta con el tamaño muestral y también se hace más grande cuanto más alejado esté el valor de ρ de la unidad. Estos cambios son muy acusados, tanto en función del tamaño muestral como del valor de ρ (aunque en ningún caso aparece sesgo). En los comentarios que hacemos a continuación distinguimos los casos que no incluyen cambios de los que sí lo hacen, en estos últimos analizamos por un lado la influencia de la magnitud del cambio y por otro la del momento en que se produce, al final comparamos los distintos estadísticos entre sí.

Cuadro 3: TEST DE DICKEY-FULLER (1979) PARA MODELOS CON MEDIA NO NULA

$T(\hat{\rho}_\mu-1)$		$\rho=1$		$\rho=0,95$			$\rho=0,8$			$\rho=0,5$		
		$\delta=0,5$	$\delta=1$	$\delta=0$	$\delta=0,5$	$\delta=1$	$\delta=0$	$\delta=0,5$	$\delta=1$	$\delta=0$	$\delta=0,5$	$\delta=1$
T = 25	To = 10	1,21	0,02	6,85	2,3	0,07	19,72	9,33	1,21	73,84	56,94	23,46
	To = 20	3,77	1,25	6,85	5,05	2,05	19,72	14,77	6,09	73,84	65,04	43,15
T = 50	To = 20	0,18	0	8,86	1,31	0	48,27	19,11	0,81	99,72	97,6	75,18
	To = 40	2,04	0,14	8,86	4,45	0,45	48,27	30,5	6,84	99,72	98,67	89,21
T = 100	To = 20	0	0	16,22	0,67	0	94,95	72,11	12,89	100	100	100
	To = 40	0,01	0	16,22	0,63	0	94,95	58,1	2,75	100	100	100
	To = 60	0,04	0	16,22	1,17	0	94,95	59,24	3,14	100	100	99,99
	To = 80	0,63	0	16,22	4,44	0,04	94,95	75,45	17,11	100	100	100
T = 350	To = 20	0	0	87,92	47,73	1,91	100	100	100	100	100	100
	To = 40	0	0	87,92	20,46	0,02	100	100	100	100	100	100
	To = 60	0	0	87,92	9,27	0	100	100	100	100	100	100
	To = 70	0	0	87,92	6,32	0	100	100	100	100	100	100
	To = 80	0	0	87,92	4,54	0	100	100	100	100	100	100
	To = 140	0	0	87,92	1,16	0	100	100	99,88	100	100	100
	To = 210	0	0	87,92	1,28	0	100	100	99,78	100	100	100
	To = 280	0	0	87,92	10,64	0	100	100	100	100	100	100

Porcentaje de veces que en 10.000 repeticiones los valores del estadístico quedan por debajo del valor crítico correspondiente, al nivel 5%, cuando la serie está generada por un AR(1) con deriva no nula a partir de un punto de la muestra

Cuadro 4: TEST DE DICKEY-FULLER (1979) PARA MODELOS CON MEDIA NULA.

τ_μ		$\rho = 1$		$\rho = 0,95$			$\rho = 0,8$			$\rho = 0,5$		
		$\delta = 0,5$	$\delta = 1$	$\delta = 0$	$\delta = 0,5$	$\delta = 1$	$\delta = 0$	$\delta = 0,5$	$\delta = 1$	$\delta = 0$	$\delta = 0,5$	$\delta = 1$
T = 25	To = 10	1,24	0,01	6,08	2,2	0,09	13,88	6,69	1,19	58,41	42,44	15,58
	To = 20	3,53	1,05	6,08	4,4	1,6	13,88	9,81	3,49	58,41	48,31	26,51
T = 50	To = 20	0,15	0	6,74	1,03	0	34,4	12,39	0,77	98,44	92,19	57,51
	To = 40	1,98	0,15	6,74	3,14	0,31	34,4	18,94	3,18	98,44	94,3	72,08
T = 100	To = 20	0	0	11,26	1,07	0,06	86,33	58,23	11,43	100	100	99,99
	To = 40	0	0	11,26	0,48	0	86,33	48,26	1,6	100	100	99,67
	To = 60	0,03	0	11,26	0,87	0	86,33	41,2	1,36	100	100	99,6
	To = 80	0,73	0	11,26	2,92	0,02	86,33	55,43	7,14	100	100	99,79
T = 350	To = 20	0,02	0	76,81	54,47	51,3	100	100	100	100	100	100
	To = 40	0	0	76,81	24,2	5,78	100	100	100	100	100	100
	To = 60	0	0	76,81	10,47	0,42	100	100	99,99	100	100	100
	To = 70	0	0	76,81	7,12	0,11	100	100	99,99	100	100	100
	To = 80	0	0	76,81	4,67	0,02	100	100	99,98	100	100	100
	To = 140	0	0	76,81	0,83	0	100	100	98,03	100	100	100
	To = 210	0	0	76,81	0,6	0	100	100	96,24	100	100	100
	To = 280	0	0	76,81	4,76	0	100	100	99,61	100	100	100

Porcentaje de veces que en 10.000 repeticiones los valores del estadístico quedan por debajo del valor crítico correspondiente, al nivel 5%, cuando la serie está generada por un AR(1) con deriva no nula a partir de un punto de la muestra.

Cuadro 5: Test de Phillips-Perron (1988) para modelos con media no nula

$Z(\hat{\rho}_\mu)$		$\rho = 1$		$\rho = 0,95$			$\rho = 0,8$			$\rho = 0,5$		
		$\delta = 0,5$	$\delta = 1$	$\delta = 0$	$\delta = 0,5$	$\delta = 1$	$\delta = 0$	$\delta = 0,5$	$\delta = 1$	$\delta = 0$	$\delta = 0,5$	$\delta = 1$
T = 25	To = 10	1,29	0,02	7,06	2,33	0,08	19,75	9,15	1,15	72,38	54,04	20,07
	To = 20	3,77	1,53	7,06	5,57	2,15	19,75	14,98	6,49	72,38	64,33	41,67
T = 50	To = 20	0,16	0	8,97	1,29	0	47,56	17,07	0,62	99,53	95,12	59,82
	To = 40	2,27	0,19	8,97	4,64	0,49	47,56	29,50	6,52	99,53	97,65	83,32
T = 100	To = 20	0	0	16,56	0,60	0	93,55	63,16	7,46	100	100	99,95
	To = 40	0,01	0	16,56	0,68	0	93,55	48,26	1,29	100	100	99,23
	To = 60	0,03	0	16,56	1,24	0	93,55	50,75	1,80	100	100	99,27
	To = 80	0,81	0,01	16,56	4,81	0,04	93,55	69,85	12,89	100	100	99,99
T = 350	To = 20	0	0	86,81	43,19	1,36	100	100	100	100	100	100
	To = 40	0	0	86,81	17,34	0,01	100	100	100	100	100	100
	To = 60	0	0	86,81	7,50	0	100	100	99,96	100	100	100
	To = 70	0	0	86,81	4,96	0	100	100	99,86	100	100	100
	To = 80	0	0	86,81	3,78	0	100	100	99,39	100	100	100
	To = 140	0	0	86,81	0,95	0	100	100	90,29	100	100	100
	To = 210	0	0	86,81	1,04	0	100	100	88,65	100	100	100
	To = 280	0	0	86,81	9,79	0	100	100	99,49	100	100	100

Porcentaje de veces que en 10.000 repeticiones los valores del estadístico quedan por debajo del valor crítico correspondiente, al nivel 5%, cuando la serie está generada por un AR(1) con derive no nula a partir de un punto de la muestra.

Cuadro 6: TEST DE PHILLIPS-PERRON (1988) PARA MODELOS CON MEDIA NO NULA

$Z(\tau_{\mu})$ 0,5					$\rho = 1$			$\rho = 0,95$			$\rho = 0,8$	ρ =
		$\delta = 0,5$	$\delta = 1$	$\delta = 0$	$\delta = 0,5$	$\delta = 1$	$\delta = 0$	$\delta = 0,5$	$\delta = 1$	$\delta = 0$	$\delta = 0,5$	$\delta = 1$
T = 25	To = 10	1,32	0,01	5,71	2,17	0,08	12,71	6,21	1,15	55,39	39,36	13,68
	To = 20	3,6	1,13	5,71	4,08	1,52	12,71	9,01	3,27	55,39	45,64	24,4
T = 50	To = 20	0,13	0	7,06	1,1	0,01	34,37	11,67	0,7	98,21	89,85	48,55
	To = 40	2,08	0,16	7,06	3,25	0,32	34,37	19,08	3,24	98,21	93,25	67,93
T = 100	To = 20	0	0	11,74	1,08	0,11	85,69	51,91	7,35	100	100	98,76
	To = 40	0,01	0	11,74	0,55	0	85,69	36,39	0,86	100	100	97,99
	To = 60	0,03	0	11,74	0,85	0	85,69	35,96	0,89	100	99,99	97,47
	To = 80	0,71	0	11,74	2,91	0,03	85,69	52,19	5,93	100	100	99,36
T = 350	To = 20	0,02	0	76,06	51,62	50,12	100	100	100	100	100	100
	To = 40	0	0	76,06	21,34	5,54	100	100	99,99	100	100	100
	To = 60	0	0	76,06	9,04	0,42	100	100	99,8	100	100	100
	To = 70	0	0	76,06	6,06	0,1	100	100	99,24	100	100	100
	To = 80	0	0	76,06	4,12	0,01	100	100	97,89	100	100	100
	To = 140	0	0	76,06	0,67	0	100	100	76,88	100	100	100
	To = 210	0	0	76,06	0,55	0	100	100	68,59	100	100	100
	To = 280	0	0	76,06	4,73	0	100	100	94,52	100	100	100

Porcentaje de veces que en 10.000 repeticiones los valores del estadístico quedan por debajo del valor crítico correspondiente, al nivel 5%,cuando la serie está generada por un AR(1) con deriva no nula a partir de un punto de la muestra.

Cuadro 7: TEST DE BHARGAVA(1986) PARA MODELOS CON MEDIA NO NULA

R_1		ρ = 1		ρ = 0,95			ρ = 0,8			ρ = 0,5		
		δ = 0,5	δ = 1	δ = 0	δ = 0,5	δ = 1	δ = 0	δ = 0,5	δ = 1	δ = 0	δ = 0,5	δ = 1
T = 25	To = 10	1,26	0,02	7,03	2,29	0,07	19,93	9,33	1,24	74,05	57,42	23,96
	To = 20	3,84	1,10	7,03	5,22	2,15	19,93	15	6,54	74,05	65,64	44,07
T = 50	To = 20	0,16	0	9,24	1,3	0	49,82	19,98	0,81	99,97	97,89	76,89
	To = 40	2,33	0,22	9,24	4,76	0,6	49,82	33,48	8,8	99,77	98,96	92,01
T = 100	To = 20	0	0	16,92	0,67	0	96,11	72,15	10,87	100	100	100
	To = 40	0,01	0	16,92	0,61	0	96,11	60,53	2,71	100	100	100
	To = 60	0,06	0	16,92	1,31	0	96,11	63,22	3,73	100	100	99,99
	To = 80	0,86	0	16,92	5,54	0,08	96,11	81,27	24,82	100	100	100
T = 350	To = 20	0	0	89,97	31,49	0,04	100	100	100	100	100	100
	To = 40	0	0	89,97	13,34	0	100	100	100	100	100	100
	To = 60	0	0	89,97	6,38	0	100	100	100	100	100	100
	To = 70	0	0	89,97	4,56	0	100	100	100	100	100	100
	To = 80	0	0	89,97	3,45	0	100	100	100	100	100	100
	To = 140	0	0	89,97	1,15	0	100	100	99,93	100	100	100
	To = 210	0	0	89,97	1,89	0	100	100	99,91	100	100	100
	To = 280	0,02	0	89,97	17,65	0,01	100	100	100	100	100	100

Porcentaje de veces que en 10.000 repeticiones los valores del estadístico quedan por debajo del valor crítico correspondiente, al nivel 5%, cuando la serie está generada por un AR(1) con deriva no nula a partir de un punto de la muestra.

a) No cambio ($\delta = 0$)

En este caso, los valores de potencia obtenidos por nosotros coinciden esencialmente, cuando se dispone del punto de referencia correspondiente, con los obtenidos por otros autores como Dickey y Fuller (1981), pág. 1.068, y Dickey (1984), pág. 492, para los estadísticos MCO normalizado y tipo t, en $\rho = 0,95$ y $\rho = 0,8$ con T = 50 y T = 100.

Al igual que obtienen estos autores, nuestros resultados reflejan que las potencias son bastante bajas en general para $\rho = 0,95$ cuando $T \leq 100$. Ellos no consideran el tamaño muestral T = 350; nuestros cálculos indican que en este valor de T la potencia aumenta considerablemente.

Para $\rho = 0,8$, los valores de potencia son aún relativamente bajos si T < 100, pero a partir de T = 100 las potencias alcanzan el valor 100 o están muy próximas a él.

Cuando $\rho = 0,5$, las potencias están cercanas a 100, excepto si T = 25. De todas formas, en este valor de T son muy superiores a las correspondientes a $\rho = 0,8$ y $\rho = 0,95$.

Tal como se ha señalado, en muestra pequeña (T = 25), la potencia es baja (desciende de forma muy acusada a medida que ρ aumenta), aunque en ningún caso aparece sesgo.

En ausencia de cambio, nuestros resultados indican que de los dos contrastes de Dickey-Fuller, el basado en el estadístico t es el menos potente [como puede observarse también en los resultados mencionados de Dickey y Fuller (1981) y Dickey (1984)]. Asimismo, en muestra pequeña (T < 100), es de destacar la menor potencia de los estadísticos basados en τ_μ (tanto el popularísimo estadístico de Dickey y Fuller como el corregido de Phillips y Perron). Los otros tres contrastes con potencia superior tienen un comportamiento parecido, con una ligera ventaja para el contraste R_1 de Bhargava, muy poco utilizado.

Se da pues la paradoja de que el contraste menos potente es el más utilizado, mientras que el más potente es precisamente el que menos se usa.

b) Efectos del cambio

La aparición de un cambio en la deriva ($\delta \neq 0$) lleva consigo siempre una reducción en la potencia, excepto cuando el tamaño muestral es muy grande y la alternativa no está muy próxima a la nula. En tamaños muestrales pequeños y/o alternativas cercanas a la hipótesis nula puede dar lugar a que aparezca sesgo.

La posibilidad de que la presencia de un cambio diese lugar a una reducción de potencia en el estadístico MCO normalizado de Dickey-Fuller ya fue apuntada por Perron (1990), aunque no puesta de manifiesto calculándola por simulación. Esto sí se hizo para el estadístico tipo t de Dickey-Fuller, en Hendry y Neale (1991). Nuestros resultados confirman las primeras aproximaciones de estos autores.

La influencia del cambio es distinta según el tamaño muestral que se considere y el valor de ρ en la alternativa, y depende en gran medida de la magnitud del cambio y del momento del tiempo en que éste se produce. Analizamos a continuación estas cuestiones con más detalle.

b1) Influencia de la magnitud del cambio (valor de $\delta \neq 0$)

En general, se puede decir que la potencia disminuye a medida que el valor de δ aumenta, tal como obtienen también Hendry y Neale (1991). Subrayaremos que las diferencias son sustanciales incluso para tamaños muestrales grandes (para $\rho = 0{,}95$ y $\rho = 0{,}8$), y para la alternativa correspondiente a $\rho = 0{,}5$ (cuando $T \leq 50$).

Las mayores diferencias aparecen cuando ρ se aproxima a la unidad; para $\rho = 0{,}95$ la potencia llega a anularse cuando $\delta = 1$ en tamaños muestrales tan grandes como $T = 350$. Lo mismo cabe decir cuando $\rho = 0{,}8$ aunque en este caso la influencia del cambio es menor. Cuando $\rho = 0{,}5$ la magnitud del cambio influye en la misma dirección que en los casos anteriores, aunque en este caso la potencia se ve afectada solamente si $T \leq 50$, y además en menor grado que en los casos anteriores.

En resumen, la potencia en todos los estadísticos disminuye (o se mantiene en algunos casos) cuando la magnitud del cambio, δ, aumenta; la disminución es más acusada cuanto menor es el tamaño muestral y más cercano a la unidad está el valor de ρ. Este comportamiento coincide con el que se desprende del estudio de Hendry y Neale (1991) para el estadístico estudiado por ellos. Para tamaños muestrales grandes o alternativas distantes de la nula, la potencia se mantiene en el valor de 100 o baja ligeramente, lo que también cabría esperar según los resultados de los autores citados anteriormente. Así, para $\rho = 0{,}8$ y $T = 350$, y $\rho = 0{,}5$ y $T = 100$ o $T = 350$, la potencia sólo desciende ligeramente en algunos estadísticos cuando $\delta = 1$.

Al igual que en ausencia de cambio, los contrastes más potentes son el test $T(\hat{\rho}_\mu - 1)$ de Dickey y Fuller, el test $Z(\hat{\rho}_\mu)$ de Phillips-Perron y el R_1 de Bhargava, siendo este último el que alcanza la mayor potencia (aunque con poca diferencia).

b2) Momento del tiempo en que se produce el cambio.

Los estudios de simulación realizados por Hendry y Neale (1991) contemplaron la dependencia de la potencia (en los casos estudiados por ellos) de la fracción de la muestra afectada por el cambio: en nuestra notación $\lambda = T_0/T$. Sugerían que podría existir simetría en el sentido de que las potencias cuando $T_0 = \lambda T$ podrían estar próximas a las correspondientes a $T_0 = (1-\lambda)T$. De hecho, en la superficie de respuesta formulada para resumir sus resultados de simulación consideraron como variable determinante de la potencia, entre otras, $K = \text{mín}\{\lambda, 1-\lambda\}$. Encontraron que la potencia disminuye cuando K aumenta.

Este último resultado, obtenido por los autores citados para el estadístico t de Dickey-Fuller y en el contexto de un estudio de simulación diferente del nuestro (aunque con puntos en común), parece corroborarse por nosotros.

En efecto, para todos los estadísticos, todos los tamaños muestrales, valores de ρ y δ, la potencia disminuye (o se mantiene) cuando K aumenta; esto es, cuando T_0 aumenta, si $2T_0 < T$, o cuando T_0 disminuye, si $2T_0 > T$.

Los comentarios realizados en el apartado anterior respecto a la invarianza de la potencia en tamaños muestrales grandes o alternativas distantes de la nula, se trasladan aquí de la misma forma.

En cuanto a la simetría, parece que en general esta característica se presenta, pero alterada por el valor de ρ (cuanto más próximo a 1 menos simetría). En todo caso, los puntos escogidos no permiten sacar una conclusión contundente al respecto.

b3) Distorsiones en el tamaño ($\rho = 1$)

Cuando $\rho = 1$, la influencia del cambio es notable: la probabilidad de rechazo cuando existe un cambio en la hipótesis nula se anula prácticamente en todos los casos cuando $T \geq 100$. Cuando T = 25 o T = 50 los valores están más cercanos al valor 5 cuanto menor sea el valor de δ y mayor el de T_0. De todas formas, hay que decir que el valor mayor que se alcanza es 3,84 (para R_1 con $\delta = 0,5$, T = 25 y $T_0 = 20$). Por tanto, el uso de los valores críticos para la hipótesis nula de paseo aleatorio simple no resulta adecuado para la hipótesis nula de un paseo aleatorio que presenta una deriva no nula a partir de un momento del tiempo.

A la vista de estos resultados, podemos decir que el test que resulta más adecuado en general, es el de Bhargava, aunque las diferencias con los otros tests no son muy notables [señalamos además que el test de Bhargava está diseñado para modelos AR(1) únicamente]. El cambio lleva consigo generalmente una reducción en la potencia, tanto mayor cuanto mayor sea su magnitud. El punto en que tiene lugar el cambio tiene gran influencia en los valores de la potencia; los resultados sugieren la posibilidad de que ésta presente simetría.

4.2. Tests específicos de raíz unitaria en presencia de cambio estructural

Los resultados correspondientes a estos contrastes se presentan en los cuadros 8 a 13.

Realizaremos el análisis de los resultados relativos a estos contrastes de manera estructurada, distinguiendo los distintos aspectos que se tratan:

a) Influencia de la magnitud del cambio.

En general, se puede decir que todos los estadísticos alcanzan potencias mayores cuando no existe cambio ($\delta = 0$), que cuando éste se presenta ($\delta \neq 0$). Además, la potencia disminuye en todos los casos (o bien se mantiene) cuando δ aumenta [las únicas excepciones a este comportamiento se dan para T ($\tilde{\rho}$ - 1) cuando T = 25, $T_0 = 20$, $\rho = 0,5$ y T = 50, $T_0 = 40$, $\rho = 0,8$].

Hay que decir, sin embargo, que estas disminuciones en la potencia son poco acusadas en la mayoría de los casos, sobre todo para tamaños muestrales grandes y valores de ρ no muy cercanos a la unidad. Los cambios más bruscos en la potencia con el valor de δ se alcanzan cuando ρ vale 0,95 (el mayor cambio se produce en $\rho = 0,95$ con T = 350 para el estadístico $t_{\tilde{\rho}}[T_B(\tilde{\delta})]$ que tiene una potencia de 53,93 cuando $\delta = 0$ y ésta se anula cuando $\delta = 1$).

b) Influencia del momento del cambio.

Realizaremos el análisis separadamente para cada uno de los tamaños muestrales que se consideran.

Cuando T = 25 todos los estadísticos [excepto $t_{\tilde{\rho}}(T_B^*)$ cuando $\rho = 0,8$ ó 0,5] presentan potencias mayores cuando $T_0 = 20$ que cuando $T_0 = 10$; esto es, cuanto menor es la porción de la muestra afectada por el cambio. Las diferencias pueden ser notables, principalmente cuando $\delta = 1$ (por ejemplo, el estadístico $t_{\tilde{\rho}}$ tiene en este caso potencia igual a 3,32 cuando $\rho = 0,95$ y $T_0 = 10$, mientras que si $T_0 = 20$, la potencia alcanza el valor de 18,52).

El comentario anterior es válido para T = 50.

Cuadro 8: Test de Perron (1990) específico para un cambio en la media

$T(\tilde{\rho}-1)$ (con $T_B = To$)		$\rho = 0,95$			$\rho = 0,8$			$\rho = 0,5$		
		$\delta = 0$	$\delta = 0,5$	$\delta = 1$	$\delta = 0$	$\delta = 0,5$	$\delta = 1$	$\delta = 0$	$\delta = 0,5$	$\delta = 1$
T = 25	To = 10	11,14	6,31	1,09	10,99	9,82	6,88	39,84	39,64	38,93
	To = 20	10,27	9,75	8,73	11,05	10,73	10,46	44,31	44,17	44,24
T = 50	To = 20	12,47	5,19	0,48	28,35	26,34	21,96	95,24	95,13	94,96
	To = 40	10,75	9,48	6,34	29,66	29,68	28,24	96,66	96,53	96,47
T = 100	To = 20	15,85	7,24	0,67	82,18	81,35	79,56	100	100	100
	To = 40	13,99	7,2	0,8	76,64	76,21	73,96	100	100	100
	To = 60	12,87	7,66	1,76	76,72	75,68	73,65	100	100	100
	To = 80	13,61	11,17	6,56	81,16	80,5	79,4	100	100	100
T = 350	To = 20	86,06	80,43	76,77	100	100	100	100	100	100
	To = 40	77,05	72,63	65,57	100	100	100	100	100	100
	To = 60	72,9	67,59	58,56	100	100	100	100	100	100
	To = 70	69,86	64,51	54,2	100	100	100	100	100	100
	To = 80	68,26	62,78	54,48	100	100	100	100	100	100
	To = 140	63,05	57,28	46,95	100	100	100	100	100	100
	To = 210	62,81	57,3	47,55	100	100	100	100	100	100
	To = 280	67,97	64,29	57,22	100	100	100	100	100	100

Porcentaje de veces que en 10.000 repeticiones el valor del estadístico queda por debajo del valor crítico correspondiente, al nivel 5%, para un AR(1) con una deriva no nula a partir de un momento del tiempo.

Cuadro 9: Test de Perron (1990) específico para un cambio en la media

$T(\tilde{\rho}-1)$ (con T_B erróneo)			$\rho = 0{,}95$			$\rho = 0{,}8$			$\rho = 0{,}5$		
			$\delta = 0$	$\delta = 0{,}5$	$\delta = 1$	$\delta = 0$	$\delta = 0{,}5$	$\delta = 1$	$\delta = 0$	$\delta = 0{,}5$	$\delta = 1$
T = 25	To = 10	$T_B = 8$	11,42	5,01	0,56	11,64	8,26	2,63	42,5	38,45	28,29
		$T_B = 16$	10,79	8,21	3,57	10,61	8,43	4,36	39,68	32,59	17,56
	To = 20	$T_B = 16$	10,79	8,14	3,46	10,61	8,08	3,74	39,68	35,49	24,14
T = 100	To = 20	$T_B = 25$	14,59	13,63	7,97	78,72	80,08	83,69	100	100	100
		$T_B = 35$	13,62	11,36	6,26	75,3	63,54	33,51	100	100	99,99
	To = 40	$T_B = 50$	13,91	15,33	14,93	77,93	71,82	55,66	100	100	100
		$T_B = 70$	12,98	3,82	0,08	77,63	42,89	4,25	100	100	99,69
	To = 80	$T_B = 70$	12,98	4,6	0,21	77,63	62,43	27,95	100	100	99,99
		$T_B = 90$	15,42	17,5	22,59	86,96	82,77	68,55	100	100	100

Cuadro 10: Test de Perron (1990) específico para un cambio en la media

$t_{\tilde{\rho}}$ (con T_B = To)		$\rho = 0{,}95$			$\rho = 0{,}8$			$\rho = 0{,}5$		
		$\delta = 0$	$\delta = 0{,}5$	$\delta = 1$	$\delta = 0$	$\delta = 0{,}5$	$\delta = 1$	$\delta = 0$	$\delta = 0{,}5$	$\delta = 1$
T = 25	To = 10	26,14	15,59	3,32	16,68	14,92	10,38	45,28	44,94	44,51
	To = 20	23,68	21,91	18,52	16,43	15,72	14,25	50,32	50,05	49,37
T = 50	To = 20	20,66	9,01	0,98	32,91	30,54	25,68	95,92	95,82	95,59
	To = 40	18,08	15,34	9,08	34,69	34,02	31,4	97,19	97,07	96,93
T = 100	To = 20	20,97	9,72	1,02	84,19	83,72	81,88	100	100	100
	To = 40	18,77	9,38	1,08	78,47	77,67	75,59	100	100	100
	To = 60	17,79	10,43	2,14	79,13	78,17	75,91	100	100	100
	To = 80	18,32	14,01	7,12	82,7	82,14	80,48	100	100	100
T = 350	To = 20	84,15	82,61	80,57	100	100	100	100	100	100
	To = 40	78,79	75,37	69,48	100	100	100	100	100	100
	To = 60	75,36	70,37	61,9	100	100	100	100	100	100
	To = 70	72,31	67,17	57,67	100	100	100	100	100	100
	To = 80	70,39	65,34	55,51	100	100	100	100	100	100
	To = 140	65,95	60,13	49,88	100	100	100	100	100	100
	To = 210	65,73	60,01	49,55	100	100	100	100	100	100
	To = 280	69,82	65,22	55,55	100	100	100	100	100	100

Porcentaje de veces que en 10.000 repeticiones el valor del estadístico queda por debajo del valor crítico correspondiente, al nivel 5%, para un AR(1) con una deriva no nula a partir de un momento del tiempo.

Cuadro 11: TEST DE PERRON (1990) ESPECÍFICO PARA UN CAMBIO EN LA MEDIA.

$t_{\tilde{\rho}}$ con	T_B erróneo		$\rho = 0{,}95$			$\rho = 0{,}8$			$\rho = 0{,}5$		
			$\delta = 0$	$\delta = 0{,}5$	$\delta = 1$	$\delta = 0$	$\delta = 0{,}5$	$\delta = 1$	$\delta = 0$	$\delta = 0{,}5$	$\delta = 1$
T = 25	To = 10	$T_B = 8$	26,27	12,69	1,69	17,98	12,85	4,3	48,54	44,5	33,57
		$T_B = 16$	25,95	19,25	8,94	16,05	12,95	7	45,66	37,95	21,58
	To = 20	$T_B = 16$	25,95	20,52	10,7	16,05	12,49	5,73	45,66	40,94	27,35
T = 100	To = 20	$T_B = 25$	19,71	17,32	9,98	81,43	82,56	85,98	100	100	100
		$T_B = 35$	18,38	15,05	8,48	77,9	66,51	37,27	100	100	99,99
	To = 40	$T_B = 50$	19,2	18,86	17,85	80,24	74,65	59,61	100	100	100
		$T_B = 70$	17,26	5,5	0,15	79,87	46,44	5,4	100	100	99,76
	To = 80	$T_B = 70$	17,26	6,57	0,33	79,87	64,68	29,27	100	100	99,99
		$T_B = 90$	19,76	21,42	25,38	88,2	84,45	71,34	100	100	100

Porcentaje de veces que en 10.000 repeticiones el valor estadístico queda por debajo del valor crítico correspondiente, al nivel 5%, para un AR(1) con una deriva no nula a partir de un momento del tiempo.

Cuadro 12: Test de Perron y Vogelsang (1992) específico para un cambio en la media

$t_{\tilde{\beta}}\ (T_B^*)$		$\rho = 0{,}95$			$\rho = 0{,}8$			$\rho = 0{,}5$		
		$\delta = 0$	$\delta = 0{,}5$	$\delta = 1$	$\delta = 0$	$\delta = 0{,}5$	$\delta = 1$	$\delta = 0$	$\delta = 0{,}5$	$\delta = 1$
T = 25	To = 10	30,21	20,22	7,67	16,16	14,33	8,75	34,43	34,28	30,49
	To = 20	30,21	24,52	16	16,16	13,33	7,64	34,43	32,63	27,06
T = 50	To = 20	24,03	13,88	3,25	28,25	25,38	18,56	89,73	88,18	85,66
	To = 40	20,6	16	6,88	28,25	23,36	15,38	89,73	87,89	84,45
T = 100	To = 20	20,6	12,22	4,14	67,38	62,04	54,07	100	100	100
	To = 40	20,6	11,21	3,93	67,38	62,82	54,28	100	100	100
	To = 60	20,6	10,13	4,5	67,38	62,03	53,71	100	100	99,99
	To = 80	20,6	10,53	4,89	67,38	60,29	50,84	100	100	100
T = 350	To = 20	53,13	44,68	55,01	100	100	100	100	100	100
	To = 40	53,13	36,24	12,2	100	100	100	100	100	100
	To = 60	53,13	46,16	60,04	100	100	100	100	100	100
	To = 70	53,13	39,2	20,27	100	100	100	100	100	100
	To = 80	53,13	38,26	29,32	100	100	100	100	100	100
	To = 140	53,13	39,2	20,89	100	100	100	100	100	100
	To = 210	53,13	39,01	20,08	100	100	100	100	100	100
	To = 280	53,13	36,22	20,47	100	100	100	100	100	100

Porcentaje de veces que en 10.000 repeticiones el valor del estadístico queda por debajo del valor crítico correspondiente, al nivel 5%, para un AR(1) con una deriva no nula a partir de un momento del tiempo.

Cuadro 13: Test de Perron y Vogelsang (1992) específico para un cambio en la medida

$t_{\hat{\rho}}(T_B(\hat{\delta}))$		$\rho = 0,95$			$\rho = 0,8$			$\rho = 0,5$		
		$\delta = 0$	$\delta = 0,5$	$\delta = 1$	$\delta = 0$	$\delta = 0,5$	$\delta = 1$	$\delta = 0$	$\delta = 0,5$	$\delta = 1$
T = 25	To = 10	24,58	7,05	0,63	15,14	4,9	0,67	38,42	17,71	4,3
	To = 20	24,58	16,46	7,59	15,14	8,42	2,77	38,42	23,92	9,64
T = 50	To = 20	19,41	2,63	0,02	28,06	5,02	0,17	92,04	69,95	23,96
	To = 40	19,41	8,58	1,42	28,06	10,35	1,23	92,04	76,95	40,4
T = 100	To = 20	16,92	0,99	0	68,59	24,23	1,23	100	99,98	98,76
	To = 40	16,92	0,46	0	68,59	14,87	0,09	100	99,92	93,53
	To = 60	16,92	0,74	0	68,59	15,18	0,15	100	99,9	92,42
	To = 80	16,92	2,92	0,05	68,59	26,29	1,38	100	99,91	97,33
T = 350	To = 20	53,93	9,42	0,21	100	100	100	100	100	100
	To = 40	53,93	2,72	0	100	100	99,86	100	100	100
	To = 60	53,93	0,89	0	100	100	96,95	100	100	100
	To = 70	53,93	0,65	0	100	100	93,79	100	100	100
	To = 80	53,93	0,47	0	100	100	89,37	100	100	100
	To = 140	53,93	0,07	0	100	100	58,56	100	100	100
	To = 210	53,93	0,06	0	100	99,99	50,14	100	100	100
	To = 280	53,93	0,82	0	100	99,99	84,79	100	100	100

Porcentaje de veces que en 10.000 repeticiones el valor del estadístico queda por debajo del valor crítico correspondiente, al nivel 5%, para un AR(1) con una deriva no nula a partir de un momento del tiempo.

Para T = 100 se observa que para todos los estadísticos [salvo para $t_{\tilde{\rho}}(T_B^*)$ en determinados casos], la potencia disminuye o se mantiene cuando T_0 aumenta hasta situarse hacia la mitad de la muestra; a partir de ahí, la potencia aumenta con T_0. Para $\rho \neq 0{,}95$ los resultados parecen indicar cierta proximidad entre las potencias correspondientes a $T_0 = \lambda T$ y $T_0 = (1-\lambda)T$ para un mismo λ, lo que sugiere la posibilidad de que pudiera presentarse cierto comportamiento simétrico.

Cuando T = 350, las potencias se mantienen en la mayoría de los casos en el valor 100 para $\rho \neq 0{,}95$ (excepto para $t_{\tilde{\rho}}[T_B(\tilde{\delta})]$) cuando $\rho = 0{,}8$ y $\delta = 1$. Para $\rho = 0{,}95$ (y en el caso señalado $t_{\tilde{\rho}}[T_B(\tilde{\delta})$]) la potencia disminuye a medida que T_0 aumenta hasta la mitad de la muestra, a partir de ahí la potencia aumenta con T_0. De nuevo, hay que excluir el estadístico $t_{\tilde{\rho}}(T_B^*)$, cuyos resultados no presentan este comportamiento homogéneo.

La posible simetría comentada anteriormente aparece también aquí incluso para $\rho = 0{,}95$.

En resumen, podemos extender aquí el comentario realizado para los tests tradicionales en relación a la influencia del momento del cambio en la potencia. Así, salvo en algunos casos correspondientes a estadísticos que estiman dicho punto, la potencia disminuye cuando K aumenta.

De igual forma, las características de simetría parecen estar presentes en este grupo de estadísticos.

c) El problema de una elección errónea del punto de cambio en los tests que consideran éste como conocido.

Las escasas posibilidades contempladas en nuestro estudio de simulación no permiten realizar un análisis en profundidad de este problema complejo, que está fuera de los objetivos del trabajo. Sin embargo, el estudio refleja que un error (incluso no muy acusado) en la elección del punto de cambio puede distorsionar en gran medida la potencia del contraste basado en el estadístico correspondiente (por ejemplo, cuando T = 25, $T_0 = 10$ y $T_B = 8$ con $\rho = 0{,}5$ y $\delta = 1$ las potencias de ambos estadísticos se reducen aproximadamente en 11 unidades, lo que supone alrededor de un 20%, y la variación en este caso es mayor cuando $T_0 = 20$ y $T_B = 16$). No se observa un comportamiento claro de las variaciones de la potencia en relación a los parámetros del modelo; indicaremos únicamente que en la mayoría de los casos analizados un error en la elección de T_B conlleva una reducción en la potencia del test.

d) Comparación entre los distintos tests específicos de raíz unitaria en presencia de cambio estructural.

Para los estadísticos $T(\tilde{\rho}-1)$, $t_{\tilde{\rho}}$ y $t_{\tilde{\rho}}(T_B^*)$ podemos decir, en general, que las potencias se ven poco alteradas cuando $\rho \neq 0{,}95$ ante los distintos valores de δ y T_0. El estadístico $t_{\tilde{\rho}}[T_B(\tilde{\delta})$], sin embargo, presenta diferencias considerables en la potencia en función de δ y T_0 incluso para $\rho = 0{,}8$ con $T \leq 100$ y $\rho = 0{,}5$ con $T \leq 50$.

Los estadísticos $T(\tilde{\rho}-1)$ y $t_{\tilde{\rho}}$ tienen un comportamiento similar, aunque el segundo es, en general, más potente que el primero. Asimismo, en la mayoría de los casos, el estadístico $t_{\tilde{\rho}}(T_B^*)$, que estima el punto de cambio, resulta menos potente que los que lo consideran conocido [$T(\tilde{\rho}-1)$ y $t_{\tilde{\rho}}$].

El otro estadístico que estima el punto de cambio, $t_{\tilde{\rho}}[T_B(\tilde{\delta})$], tiene peores propiedades de potencia que los restantes, en el sentido de que ésta es menor en muchos casos, y depende en mayor medida del valor de δ y T_0. Presenta potencia baja si ρ está próximo a 1, incluso para T = 350, por lo que no se recomienda su uso.

De esta forma, el estadístico $t_{\tilde{p}}$, se perfila como el más fiable en la práctica. Sin embargo, la posibilidad de desconocer *a priori* el punto de cambio –lo que resulta más frecuente– y las distorsiones en la potencia derivadas de un error en su elección, hace que en ocasiones pueda resultar de interés el uso del estadístico $t_{\tilde{p}}(T_B^*)$, que además presenta potencias razonablemente altas en la mayoría de los casos.

e) Comparación con los tests tradicionales de raíz unitaria.

A excepción del estadístico $t_{\tilde{p}}[T_B(\tilde{\delta})]$ que, como se comentó anteriormente, tiene potencias bajas en la mayoría de los casos, que llegan a ser menores que las correspondientes a los tests tradicionales, incluso en presencia de cambio, podemos afirmar globalmente que en las situaciones analizadas, los tests específicos de raíz unitaria en presencia de cambio estructural son más potentes que los tests tradicionales.

Tal como apareció en los comentarios anteriores, y era lógico esperar, a diferencia de lo que sucedía con los tests tradicionales, los que contemplan el cambio (aunque no exactamente en la forma en que éste se presenta), no se ven afectados en gran medida por la presencia de éste, sobre todo en tamaños muestrales grandes o cuando $\rho \neq 0{,}95$. Por lo general, en presencia de cambio, estos tests tienen potencias notablemente superiores a las correspondientes a los tests tradicionales, lo que los hace claramente preferibles a estos últimos en dichas situaciones.

En cuanto a las situaciones en las que no se presenta cambio ($\delta = 0$), hay que decir que los tests tradicionales tienen en general potencias superiores, aunque esto no sucede siempre, principalmente en tamaños muestrales pequeños y $\rho = 0{,}95$[9]. Sin embargo, subrayaremos que, incluso cuando $\delta = 0$, las potencias de los tests específicos bajo cambio alcanzan valores relativamente altos, y las diferencias con las correspondientes a los tests tradicionales no son muy acusadas en la mayoría de los casos. La mayor disminución de la potencia se da en el estadístico $t_{\tilde{p}}(T_B^*)$ respecto del estadístico R_1 cuando $\rho = 0{,}95$ y T = 350, siendo 53,13 la del primero, frente al valor 89,97 que presenta el segundo.

Si tenemos en cuenta que existen numerosos casos en los que la potencia de los estadísticos que comtemplan el cambio es 100 mientras que en los estadísticos tradicionales se anula (por ejemplo para $\rho = 0{,}8$, $\delta = 1$ y T = 350, para diversos T_0) y que, en general, lo comentado anteriormente parece indicar que los tests específicos con cambio son más robustos ante la ausencia de éste que los tests tradicionales en su presencia, los primeros pueden ser más aconsejables cuando se ignora si la serie objeto de análisis presenta un cambio estructural o no, lo que suele suceder en la práctica.

4.3. Tests de Kwiatkowski de la hipótesis nula de estacionariedad alrededor de un nivel constante

Los resultados relativos a estos tests se presentan en los cuadros 14 y 15.

(9) Los tests específicos para el cambio están diseñados para cualquier valor del parámetro que recoge el mismo, incluido el valor 0, que corresponde a ausencia de cambio. Por esto, no cabe esperar que los tests tradicionales tengan siempre potencias superiores a las de estos contrastes, en ausencia de cambio.

Cuadro 14: TEST DE KWIATOKOWSKI Y OTROS (1992) PARA UN CAMBIO EN LA MEDIA

η_μ (con l = 0)		$\rho = 0{,}95$			$\rho = 0{,}8$			$\rho = 0{,}5$		
		$\delta = 0$	$\delta = 0{,}5$	$\delta = 1$	$\delta = 0$	$\delta = 0{,}5$	$\delta = 1$	$\delta = 0$	$\delta = 0{,}5$	$\delta = 1$
T = 25	To = 10	81,67	93,54	99,8	63,95	83,7	98,21	31,44	55,68	88,85
	To = 20	81,67	81,58	82,25	63,95	66,77	73,15	31,44	39,01	55,75
To = 50	To = 20	92,94	99,08	100	74,66	93,5	99,9	34,16	73,35	98,45
	To = 40	92,94	94,27	96,85	74,66	82,25	94,24	34,16	52,38	83,61
To = 100	To = 20	98,12	99,95	100	80,1	96,62	100	35,9	74,33	98,9
	To = 40	98,12	99,93	100	80,1	98,46	100	35,9	89,43	99,99
	To = 60	98,12	99,89	100	80,1	98,16	100	35,9	88,76	99,97
	To = 80	98,12	99,19	99,97	80,1	93,6	99,78	35,9	71,11	97,86
To = 350	To = 20	99,8	100	100	85,08	95,18	99,9	36,15	57,48	90,19
	To = 40	99,8	100	100	85,08	99,26	100	36,15	85,22	99,93
	To = 60	99,8	100	100	85,08	99,91	100	36,15	96,2	100
	To = 70	99,8	100	100	85,08	99,92	100	36,15	98,26	100
	To = 80	99,8	100	100	85,08	99,96	100	36,15	99	100
	To = 140	99,8	100	100	85,08	100	100	36,15	99,92	100
	To = 210	99,8	100	100	85,08	100	100	36,15	99,96	100
	To = 280	99,8	100	100	85,08	99,96	100	36,15	98,21	100

Porcentaje de veces que en 10.000 repeticiones el valor del estadístico queda por debajo del valor crítico correspondiente, al nivel 5%, para un AR(1) con una deriva no nula a partir de un momento del tiempo.

Cuadro 15: Test de Kwiatkowski y Otros (1992) para un cambio en la media

η_μ (con $l = l_4$)		$\rho = 0{,}95$			$\rho = 0{,}8$			$\rho = 0{,}5$		
		$\delta = 0$	$\delta = 0{,}5$	$\delta = 1$	$\delta = 0$	$\delta = 0{,}5$	$\delta = 1$	$\delta = 0$	$\delta = 0{,}5$	$\delta = 1$
T = 25	To = 10	51,43	78,27	99,77	30,08	59,15	91,83	11,13	29,04	64,35
	To = 20	51,43	49,86	49,02	30,08	32,12	37,22	11,13	15,3	24,84
T = 50	To = 20	57,33	91,62	99,94	28,07	71,68	98,3	9,71	42,45	87,54
	To = 40	57,33	56,8	58,65	28,07	36,12	52,46	9,71	20,22	42,48
T = 100	To = 20	62,25	97,58	100	25,88	66,36	97,03	9,34	36,16	81,35
	To = 40	62,25	98,52	100	25,88	85,49	99,95	9,34	65,05	99,02
	To = 60	62,25	93,04	99,97	25,88	81,92	99,91	9,34	63,37	98,97
	To = 80	62,25	66,74	79,4	25,88	48,24	82	9,34	31,96	74,35
T = 350	To = 20	70,93	94,28	99,94	23,26	42,46	75,88	8,53	18,4	44,8
	To = 40	70,93	99,26	100	23,26	73,4	99,45	8,53	46	94,7
	To = 60	70,93	99,88	100	23,26	91,77	99,99	8,53	74,36	99,93
	To = 70	70,93	99,94	100	23,26	95,6	100	8,53	84,03	99,99
	To = 80	70,93	99,96	100	23,26	97,48	100	8,53	99,04	99,99
	To = 140	70,93	99,98	100	23,26	99,88	100	8,53	99,06	100
	To = 210	70,93	100	100	23,26	99,83	100	8,53	99,13	100
	To = 280	70,93	98,79	100	23,26	92,9	100	8,53	82,3	100

Porcentaje de veces que en 10.000 repeticiones el valor del estadístico queda por debajo del valor crítico correspondiente, al nivel 5%, para un AR(1) con una deriva no nula a partir de un momento del tiempo.

a) Ausencia de cambio ($\delta = 0$)

Para esta situación Kwiatkowski y otros (1992), pág.171, presentan valores de potencia calculados de forma similar a la nuestra. Los resultados obtenidos por nosotros coinciden esencialmente con los de Kwiatkowski y otros (1992) en las situaciones comunes abarcadas en su estudio y el nuestro (para $\rho = 0{,}8$ y 0,5 con T = 50 y T = 100).

Las probabilidades de rechazo son relativamente altas (en mucha mayor medida cuando se toma $l = 0$ que cuando $l = l_4$) aunque van descendiendo cuando ρ se aleja de la unidad. El valor más pequeño alcanzado para $l = l_4$ es de 8,53 cuando $\rho = 0{,}5$ y T = 350; cuando se considera $l = 0$, el mejor valor alcanzado es de 31,44 en T = 25 y $\rho = 0{,}5$. Cabe destacar que un aumento en el tamaño muestral no siempre lleva consigo una mejora de los resultados del test, en el sentido de que las probabilidades de rechazo disminuyan [como se observa también en los resultados que presentan Kwiatkowski y otros (1992) en la pág. 171].

b) Influencia de la magnitud del cambio.

La presencia de un cambio da lugar a que las probabilidades de rechazo de la hipótesis nula aumenten. Además estos valores aumentan cuanto mayor es la magnitud del cambio, es decir, cuando δ aumenta, llegando a hacerse iguales a 100 en muchos casos. Los aumentos en dichas probabilidades son, en general, muy acusados. Para ilustrar esto podemos poner el ejemplo en el que se dan las mayores diferencias, que corresponde al caso del estadístico con $l = l_4$ para $\rho = 0{,}5$ y T = 350, en el que el tamaño empírico del contraste pasa de valer 8,53 cuando $\delta = 0$ a tomar el valor 100 cuando $\delta = 1$, en distintos T_0.

c) Influencia del momento del cambio.

A diferencia de lo que sucedía con los tests tradicionales de raíz unitaria, el momento en el que tiene lugar el cambio no tiene gran influencia en los resultados del test en la mayoría de los casos.

La mayor incidencia en este sentido se observa en tamaños muestrales pequeños (T = 25 y T = 50) en los que aparece una disminución en la probabilidad de rechazo cuando T_0 aumenta, esto es, cuanto menor es la porción de la muestra afectada por el cambio. La reducción es notable, puede llegar en muchos casos a que un valor se reduzca casi a la mitad.

En T = 100, el estadístico correspondiente a $l = 0$ sólo se ve influenciado esencialmente en $\rho = 0{,}5$ y $\delta = 0{,}5$ en el que la probabilidad de rechazo aumenta con T_0 hasta que T_0 se sitúa hacia la mitad de la muestra y a partir de ahí disminuye. Esto mismo sucede, con cambios más acusados, cuando $l = l_4$, en todos los valores de ρ.

Por último, indicaremos que, en T = 350, T_0 tiene poca influencia en los resultados y únicamente supone que éstos sean algo mejores si $\rho \neq 0{,}95$ y el punto de cambio está muy al comienzo de la muestra (principalmente cuando $l = l_4$).

d) Análisis del parámetro l.

El parámetro de truncamiento l escogido en la construcción del estadístico de Kwiatkowski y otros determina en gran medida las propiedades del contraste basado en el mismo. Nuestros resultados reflejan que considerar el valor de $l = 0$ [que resulta inadecuado, ya que las desviaciones del nivel no son iid, sino que siguen un AR(1)] da lugar a que el contraste no presente buenas propiedades, teniendo probabilidades de rechazo muy altas (en muchos casos 100), incluso cuando $\delta = 0$ [hecho que reflejan también los resultados de Kwiatkowski y otros (1992), pág. 171].

La corrección que introduce el parámetro $l = l_4$ da lugar a que el contraste basado en el estadístico correspondiente mejore notablemente sus propiedades. Por tanto, este estadístico resulta preferible, y en él centraremos nuestros comentarios en el apartado siguiente.

e) Comparación con los tests de la hipótesis nula de raíz unitaria.

En nuestro análisis distinguiremos esencialmente dos situaciones distintas: las correspondientes a ausencia de cambio y aquéllas en las que éste se presenta.

En ausencia de cambio observamos que, cuando T = 25, los resultados del test de Kwiatkowski y otros resultan más fiables que los de los tests de raíz unitaria, en el sentido de que sus tamaños empíricos exceden el valor 0 en una cantidad menor que las distancias a 100 de las potencias empíricas de estos últimos tests. Esto mismo cabe decir cuando $\rho = 0{,}95$ y T = 50 ó T = 100 y para $\rho = 0{,}8$ y T = 50. En el resto de los casos, la situación se invierte, y los tests de raíz unitaria alcanzan potencias con valor 100 o cercanas a él. A diferencia de esto, el menor valor alcanzado por el tamaño empírico del test de Kwiatkowski y otros es el ya apuntado de 8,53 para $\rho = 0{,}5$ y T = 350.

El comentario anterior se puede aplicar también ante la presencia de un cambio ($\delta \neq 0$), pudiendo observarse que, en la mayoría de los casos, el cambio afecta en mayor medida al test de Kwiatkowski y otros. El "mejor" resultado de éste en presencia de cambio es de 15,3 cuando T = 25, $T_0 = 20$, $\rho = 0{,}5$ y $\delta = 0{,}5$, mientras que los tests de raíz unitaria tienen potencia 100 en un gran número de casos que presentan cambio estructural.

A la vista de esto, el enfoque de Kwiatkowski no parece mejorar los resultados en el problema de contrastar la existencia de raíz unitaria con o sin cambio estructural, y los tests de la hipótesis nula de raíz unitaria parecen ser preferibles en cualquier caso (sobre todo en muestra grande), especialmente los que contemplan el cambio estructural, cuando éste se presenta. Unicamente podemos decir que en muestra pequeña, donde los tests de raíz unitaria son muy poco potentes, el test de Kwiatkowski y otros puede ser más útil en la práctica.

Señalaremos que nuestro estudio de este contraste debe considerarse como una primera aproximación al comportamiento del mismo, siendo conscientes de su limitación, debido a que sólo se trabaja con dos valores posibles para el parámetro de truncamiento l. Dado que las propiedades del test están muy influenciadas por el valor de l, como se refleja en los estudios de Kwiatkowski y otros (1992), un conocimiento más completo del comportamiento y propiedades del contraste requiere utilizar distintas elecciones posibles para l.

5. Conclusiones

Nuestros resultados reflejan que la presencia de un cambio en la alternativa da lugar a reducciones considerables de la potencia de los tests tradicionales, tanto mayores cuanto mayor sea la magnitud del cambio. Sin embargo, las variaciones en la potencia de los tests específicos bajo cambio son poco acusadas en la mayoría de los casos, principalmente en tamaños muestrales grandes y valores de ρ distantes de la unidad. El estadístico $t_{\tilde{\rho}}$ aparece como el más fiable entre los estadísticos de contraste de raíz unitaria bajo cambio estructural. Sin embargo, el frecuente desconocimiento en la práctica del punto de cambio y las distorsiones en su potencia derivadas de un error en su elección hacen que, en ocasiones, pueda ser preferible el uso del estadístico $t_{\tilde{\rho}}(T_B^*)$, que además presenta potencias razonablemente altas en la mayoría de los casos.

En ausencia de cambio, los tests tradicionales tienen, en general, potencias superiores a los específicos para un cambio.

El enfoque de Kwiatkowski y otros, consistente en contrastar la hipótesis nula de estacionariedad alrededor de un nivel, frente a la alternativa de existencia de raíz unitaria, obtiene en general conclusiones más fiables que las de los tests de raíz unitaria cuando se trabaja con muestra pequeña.

Teniendo en cuenta todo lo anterior, el análisis tradicional de raíz unitaria en modelos AR(1) con deriva basado en los estadísticos de Dickey-Fuller –principalmente τ_μ– puede resultar totalmente erróneo, sobre todo en presencia de un cambio. Los resultados serán mucho más fiables si se complementa el estudio mediante un test específico que contemple el cambio, en especial el basado en $t_{\tilde{\rho}}(T_B^*)$. Además, puede ser de gran utilidad aplicar conjuntamente con los anteriores el test de Kwiatkowski y otros, que puede mejorar sensiblemente las conclusiones acerca de la serie, sobre todo en muestra pequeña y en ausencia de cambio.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Andrés, J., Escribano, A., Molinas, C. y Taguas, D. (1990): *La inversión en España, econometría con restricciones de equilibrio,* Instituto de Estudios Fiscales, A. Bosch, Madrid.

Balke, N.S. y Fomby, T.B. (1991): "Infrequent Permanent Shocks and the Finite-Sample Performance of Unit Root Tests", *Economics Letters,* 36, págs. 269-273.

Banerjee, A., Lumsdaine, R.L. y Stock, J.H. (1992): "Recursive and Sequential Tests of the Unit-Root and Trend-Break Hypotheses: Theory and International Evidence", *Journal of Business and Economic Statistics,* 10, págs. 271-287.

Bhargava, A. (1986): "On the Theory of Testing for Unit Roots in Observed Time Series", *Review of Economic Studies,* 53, págs. 369-384.

Dickey, D.A. y Fuller, W.A. (1979): "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root", *Journal of the American Statistical Association,* 74, págs. 427-431.

Dickey, D.A. y Fuller, W.A. (1981): "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root", *Econometrica,* 49, págs. 1.057-1.072.

Dickey, D.A. (1984): "Powers of Unit Root Tests", *Proceedings of the American Statistical Association Business and Economics Section,* (1984), págs. 489-493.

Hackl, P. y Westlund, A.H. (1991): *Economic Structural Change*, Springer-Verlag, Berlín.

Hendry, D.F. y Neale, A.J. (1991): "A Monte Carlo Study of Effects of Structural Breaks on Tests for Unit Roots", Artículo incluido en el libro *Economic Structural Change* editado por Hackl, P. y Westlund, A.H., Springer-Verlag, Berlín.

Kwiatkowski, D., Phillips, P.C.B., Schmidt, P. y Shin, Y. (1992): "Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root", *Journal of Econometrics,* 54, págs. 159-178.

Miller, S.M. (1988): "Are Saving and Investment Co-integrated?", *Economics Letters,* 27, págs. 31-34.

Molinas, C., Ballabriga, C., Canadell, E., Escribano, A., López, E., Manzanedo, L., Mestre, R., Sebastián, M. y Taguas, D. (1990): *MOISEES:, un modelo de investigación y simulación de la economía española,* Antoni Bosch.

Nankervis, J.C. y Savin, N.E. (1985): "Testing the Autoregressive Parameter with the t statistic", *Journal of Econometrics,* 27, págs. 143-161.

Nelson, C.R. y Plosser, C.I. (1982): "Trends and Random Walks in Macroeconomics Time Series. Some Evidence and Implications", *Journal of Monetary Economics,* 10, págs. 139-162.

Perron, P. y Phillips, P.C.B. (1987): "Does GNP have a Unit Root?", *Economics Letters,* 23, págs. 139-145.

Perron, P. (1988): "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series. Further Evidence from a New Approach", *Journal of Economic Dynamics and Control,* 12, págs. 297-332.

Perron, P. (1989): "The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis", *Econometrica,* 57, págs. 1.361-1.401.

Perron, P. (1990): "Testing for a Unit Root in a Time Series with a Changing Mean", *Journal of Business and Economic Statistics,* 8, págs. 153-162.

Perron, P. y Vogelsang, T.J. (1992): "Nonstationarity and Level Shifts with an Application to Purchasing Power Parity", *Journal of Business and Economic Statistics,* 10, págs. 301-320.

Phillips, P.C.B. (1987): "Time Series Regression with a Unit Root", *Econometrica,* 55, págs. 277-301.

Phillips, P.C.B. y Perron, P. (1988): "Testing for a Unit Root in Time Series Regression", *Biometrika,* 75, págs. 335-346.

Rappoport, P. y Reichlin, L. (1989): "Segmented Trends and Non-Stationary Time Series", *The Economic Journal,* 99, Conference Supplement, págs. 168-177.

Sánchez de la Vega, M.M (1993): "Raíces Unitarias y Cambio Estructural en Series Temporales: un Estudio de Monte Carlo", Tesis Doctoral, Universidad de Murcia.

Sánchez de la Vega, M.M. y Beyaert, A. (1994): "Los Contrastes de Raíz Unitaria con Cambio Estructural : Una panorámica", *Estudios de Economía Aplicada,* 2, págs.107-143.

Schwert, G.W. (1989): "Tests for Unit Roots: A Monte Carlo Investigation", *Journal of Business and Economic Statistics,* 7, págs. 147-159.

Serletis, A. (1992): "The Random Walk in Canadian output", *Canadian Journal of Economics,* 25, págs. 392-406.

Simkins, S.P. (1994): "Business Cycles, Trends, and Random Walks in Macroeconomic Time Series", *Southern Economic Journal,* 60, págs. 977-988.

Yakowitz, S. J. (1977): *Computational Probability and Simulation,* Addison-Wesley, Massachusetts.

Zivot, E. y Andrews, D.W.K. (1992): "Further Evidence on the Great Crash, the Oil-Price Shock, and the Unit-Root Hypothesis", *Journal of Bussiness and Economic Statistics,* 10, págs. 251-270.

Fecha recepción del original: Julio, 1994
Versión final: Junio, 1995

ABSTRACT

In this paper the effects of a shift in the intercept of an autoregressive process on the rejection frequencies of tests for unit roots are investigated using Monte Carlo methods. We consider three groups of tests for unit roots: standard tests (not including structural changes), tests for the unit-root hypothesis allowing for a possible change in the level of the series and tests for the null hypothesis of stationarity against the alternative of unit root. These power values are compared with the equivalent values when no breaks occur.

The results show that the standard analysis for unit root can be completely mistaken, mainly when the series contains structural changes. It is advisable to jointly employ tests that allow a change and tests of the null hypothesis of stationarity.

Keywords: empirical power, tests, unit root, structural change.